

## **Il contributo di R. Gelman e C. R. Gallistel (1978)**

Gran parte delle ricerche pubblicate negli ultimi venticinque anni sulle conoscenze aritmetiche dei bambini in età prescolare, trovano le loro basi teoriche nel libro *The child's understanding of number*, pubblicato da Rochel Gelman e C.R.Gallistel nel 1978. Considerata l'importanza e l'influenza del loro contributo per i ricercatori e gli educatori, è parso importante riportare per esteso una parte del libro citato, di cui è stata annunciata più volte (e purtroppo mai realizzata) la traduzione in Italiano. Il brano che segue è tratto dal capitolo 7 (pagg. 77-82) e riguarda i cinque principi che governano e definiscono il processo del contare. Si è deciso di lasciare accanto alla traduzione anche il nome inglese, ormai ampiamente utilizzato in letteratura, per alcuni termini tecnici, in alcuni casi evitando perfino la traduzione.

### **Il principio di iniettività (the one-one principle)**

Ogni modello del contare che conosciamo presuppone l'uso di quello che noi chiamiamo principio di iniettività (the one-one principle). L'uso di questo principio consiste nell'appaiare gli oggetti di uno schieramento con segni distinti (etichette, numerals, numerals<sup>1</sup>) in modo tale che uno e un solo segno sia usato per ogni oggetto nello schieramento.

Per seguire questo principio, un bambino deve coordinare due processi: la ripartizione (partitioning) e l'etichettamento (tagging).

Per ripartizione si intende la conservazione passo dopo passo di due categorie di oggetti - quelli che devono essere contati (l'insieme **U** nella notazione di Beckwith Restle, 1966<sup>2</sup>) e quelli che sono già stati contati (la serie **C** nella notazione di Beckwith Restle, 1966). Gli oggetti devono essere trasferiti (o mentalmente o fisicamente) dalla categoria da etichettare alla categoria dei già etichettati. Coordinato con questo c'è un secondo processo che consiste nel trovare, ogni volta, etichette diverse (numerals). Questo processo naturalmente richiede che il sistema di etichette disponga di differenti etichette. In questa cultura, le diverse etichette tipicamente usate dagli adulti sono le parole del

---

<sup>1</sup> Nel paragrafo che precede gli autori scrivono: *introduciamo una terminologia particolare per fare riferimento separatamente alla categoria generale delle possibili etichette (numerals) e al sottoinsieme di tali etichette date dalle parole tradizionali del contare (numerals).*

<sup>2</sup> Beckwith M. & Restle F. (1966), The Process of Enumeration, *Psychological review*, 73: 437-444.

contare (numerali o numerlogs). Ma, come abbiamo già visto, le etichette (numérons) possono essere anche diverse dai numerali (numberlogs). Per un bambino piccolo che sta appropriandosi del processo del contare, non è affatto ovvio che le etichette (tags) debbano corrispondere completamente alle tradizionali parole del contare. In ogni caso, in un uso efficiente del principio di iniettività il trovare etichette (tags) distinte deve procedere contemporaneamente con il primo processo. Quando un oggetto è trasferito dalla categoria degli oggetti da contare alla categoria contata, si deve prelevare una diversa etichetta dall'insieme delle etichette mentali. Per "prelevare" si intende che l'etichetta deve essere messa da parte, non deve essere usata un'altra volta in quella particolare sequenza da contare.

In altre parole, il principio di iniettività richiede il coordinamento ritmico dei processi di ripartizione e di etichettamento. I due processi devono iniziare insieme, fermarsi insieme ed essere 'in fase' durante tutto il loro uso. Considerare il fatto che questi processi devono essere coordinati, porta a chiederci se i bambini piccoli impiegano strategie utili per la coordinamento. Una di tali strategie potrebbe essere di indicare ogni oggetto mentre è contato. Indicare può servire per segnare il prelievo di una etichetta – specialmente se accade mentre è verbalizzato un numerale (numerlog) – e nello stesso tempo aiuta il bambino a ripartire gli oggetti che sono stati contati da quelli che non sono ancora stati contati. La tendenza dei bambini ad indicare quando contano conferma l'importanza che essi attribuiscono al principio di iniettività nel coordinamento dei due processi di ripartizione e di etichettamento.

Nel principio di iniettività c'è possibilità di tre diversi tipi di errori:

1. errori nel processo di ripartizione per esempio spuntare un oggetto più di una volta o saltare un oggetto;
2. errori nel processo di prelievo dell'etichetta per esempio usare la stessa etichetta due volte;
3. fallimento nel coordinamento dei due processi. Come esempio di un coordinamento incompleto, il bambino potrebbe non fermarsi nel prelevare le etichette nello stesso tempo in cui finisce di trasferire gli oggetti nella categoria dei già contati. Potrebbe smettere di prelevare le etichette sia prima che dopo aver finito di trasferire gli oggetti. Potrebbe anche sfasare il processo di prelievo delle etichette da quello di

ripartizione, così che, sebbene i processi inizino e finiscano insieme, il numero delle etichette che ha prelevato è diverso dal numero degli oggetti che ha trasferito.

A nostra conoscenza non ci sono lavori pubblicati che indagano se i bambini piccoli possiedono tutte le componenti del principio di iniettività o fino a che punto essi integrano con successo queste componenti. Potter e Levy (1968)<sup>3</sup> studiano in modo specifico se i bambini di tre anni hanno quello che noi abbiamo chiamato la componente di ripartizione. Questi autori hanno chiesto ai loro soggetti di toccare ogni oggetto nello schieramento una e una sola volta, e hanno trovato che i bambini sono capaci di farlo. Gli schieramenti ordinati (come quelli ordinati da sinistra verso destra) rendono più facile la consegna rispetto agli schieramenti casuali. Questo risultato non sorprende, perché uno schieramento lineare ha un inizio e una fine chiaramente definiti. Se un bambino può muoversi da sinistra verso destra (o viceversa) lungo uno schieramento lineare, ha uno strumento per conservare traccia degli oggetti etichettati o da etichettare. I risultati di Potter e Levy suggeriscono che noi potremo trovare bambini più piccoli in grado di fare ripartizioni. Essi lasciano aperta, tuttavia, la questione se i bambini piccoli possano generare etichette distinte e se possano coordinare i processi di ripartizione e di etichettamento.

### **Il principio dell'ordine stabile (the stable-order principle)**

Il contare coinvolge più cose che l'abilità di assegnare arbitrariamente etichette a degli oggetti in uno schieramento. Anche se il bambino usa i numerali (numerlogs) come etichette, noi non possiamo concludere che lui conosca necessariamente la procedura del contare. Il bambino deve dimostrare almeno l'uso di un principio ulteriore – il principio dell'ordine stabile. Le etichette (numerals) che usa per etichettare gli oggetti di uno schieramento devono essere ordinate o scelte in un ordine stabile – cioè ripetibile.

Questo principio richiede l'uso di una lista stabile lunga come il numero degli oggetti presenti nello schieramento. Questo principio dovrebbe presentare ai bambini alcuni problemi pratici degni di nota. E' ben conosciuto che la mente umana, a differenza del computer, ha delle grandi difficoltà a formare liste lunghe, di parole arbitrarie, che possano essere richiamate in modo stabile.. Per

---

<sup>3</sup> Potter M. C. & Levy e. I. (1968), Spatial enumeration without counting, *Child Development*, 39: 265-273.

arbitrario, intendiamo che non ci sono regole generative alla base della sequenza. Come indicheremo in modo più dettagliato nel seguito, noi crediamo che gran parte dello sviluppo delle abilità numeriche dei bambini piccoli coinvolga la memorizzazione (rote learning) delle parole che indicano primi 12 o 13 numeri e le regole generative per produrre le successive. In altre parole, una parte significativa dello sviluppo delle abilità numeriche riguarda il bisogno di risolvere le difficoltà pratiche poste dal principio dell'ordine stabile. E' lecito aspettarsi che la misura in cui i bambini piccoli aderiscono a questo principio è connessa con le dimensioni dell'insieme.

### **Il principio di cardinalità (the Cardinal Principle)**

I due precedenti principi coinvolgono la selezione delle etichette e l'applicazione delle etichette agli oggetti di un insieme. Il principio di cardinalità afferma che l'etichetta finale della serie ha un significato speciale. Questa etichetta, a differenza delle etichette precedenti, rappresenta una proprietà dell'intero insieme. Il nome ufficiale per questa proprietà è numero cardinale dell'insieme. In modo più informale, l'etichetta applicata all'oggetto finale dell'insieme rappresenta il numero degli oggetti dell'insieme.

Così oltre a essere capace di assegnare le etichette (numerals) e fare ciò in un ordine fisso, il bambino deve essere capace di tirar fuori l'ultima etichetta (numeral) assegnata e indicare che essa rappresenta la numerosità dello schieramento. Poiché la selezione di una particolare etichetta (numeral) e il suo uso per designare la numerosità dello schieramento richiedono passi di processo aggiuntivi, sembra verosimile che il principio di cardinalità abbia una relazione di tipo evolutivo col principio di inattività e col principio dell'ordine stabile. Il principio di cardinalità che presuppone gli altri due dovrebbe svilupparsi più tardi.

### **Il principio di astrazione (the abstraction principle)**

I tre principi appena enunciati descrivono il funzionamento processo del contare. Essi sono principi su come contare (how-to-count principles). The abstraction-principle afferma che i precedenti principi possono essere applicati a tutti gli schieramenti o collezioni di entità. Noi non facciamo distinzione tra le entità fisiche e non fisiche. Gli adulti, almeno, sono in grado di contare il numero delle menti in una stanza. Gli adulti possono anche essere indotti a contare in modo

scherzoso insiemi eterogenei, come se l'insieme consistesse in tutte le menti e in tutte le sedie nella stanza.

E' una questione aperta se i bambini piccoli sono consapevoli che il contare può essere applicato alle menti, o a puri prodotti dell'immaginazione, o anche ad insiemi di oggetti eterogenei. Ginsburg<sup>4</sup> segue una tradizione molto diffusa che sostiene che il primo contare – e anche il concetto stesso di numero – sono “legati ad un particolare contesto concreto, a schieramenti geometrici, attività, persone, ecc...; passa un lungo periodo prima che il bambino piccolo consideri i numeri come astratti” (1975, pag.60).

Gast (1957)<sup>5</sup>, dedica una lunga monografia a documentare sperimentalmente la supposta mancanza di astrazione nel concetto di numero dei bambini piccoli, concludendo che per i bambini di 3 e 4 anni

“ la forte dipendenza dalla composizione e disposizione era equamente evidente nella loro capacità di cogliere direttamente (subitizing) una piccola numerosità e nel loro contare serialmente numerosità più grandi. Il conteggio è possibile per i bambini di 3 / 4 anni solo quando le cose da contare sono uguali ad un altro e sistemate in gruppi vicino l'un l'altro o in una fila omogenea. Ogni variazione nel materiale o nella sistemazione, ha l'effetto che i bambini contano secondo le relazioni ovvie che possono essere comprese immediatamente. Cioè elementi che variano nella composizione materiale o nelle qualità (come il colore) non sono inclusi nel conteggio; uno schieramento irregolare degli oggetti e la presenza di relazioni naturali tra gli oggetti portano ad una rottura del ritmo regolare del conteggio...”. (Gast, 1957, pag.66).

Gast conclude che solo bambini di almeno 7 anni hanno un completo concetto di astrazione di cosa possa essere contato. Come potremo vedere, comunque, c'è motivo di credere che Gast sottostimi fino a che punto i bambini piccoli riconoscono generalità insita nella procedura del contare.

Allo scopo di contare, le entità percettive possono essere categorizzate in modo più generale, come cose. Perfino l'idea di cosa può essere una specificazione troppo limitata di ciò che bambini e adulti considerano come oggetto di un possibile conteggio. Abbiamo osservato bambini che contano gli spazi tra gli oggetti in uno schieramento. Dal punto di vista degli adulti, questa categoria

---

<sup>4</sup> Ginsburg H. (1977), *Children's arithmetic*. New York: Van Nostrand.

<sup>5</sup> Gast H. (1957), Der Umgang mit Zahlen und Zahlgebilden in der Frühen Kindheit, *Zeitschrift für Psychologie*, 161: 1-90.

estremamente generale di cosa è contabile, potrebbe sembrare molto astratta. Il punto di vista che l'abilità a classificare gli eventi fisici come cose è davvero molto astratto, è implicito nelle teorie dello sviluppo cognitivo che postulano un'elaborata gerarchia di sotto-categorie come basi per e abilità di categorizzazione. Tale punto di vista è centrale nella tesi da Gast, secondo la quale i bambini sviluppano lentamente una concettualizzazione sempre più astratta di ciò che costituisce una numerosità che può essere contata. Un argomento simile si trova in Klahr e Wallace (1973)<sup>6</sup>.

Di fatto non c'è bisogno di pensare che uno schema gerarchico complesso media l'abilità a classificare le entità come cose. E' possibile vedere le abilità a classificare il mondo in cose e non-cose come un derivato dell'abilità a separare le figure dallo sfondo. In questo caso la categorizzazione delle cose che si oppone alle non-cose potrebbe essere tra le prime (più primitive?) classificazioni mentali. Una gerarchia differenziata e ordinata di sotto-categorie di cose potrebbe essere uno sviluppo successivo. Così se i bambini piccoli si rivelano capaci di classificare degli oggetti eterogenei insieme per contarli, noi abbiamo un'alternativa alla conclusione che essi hanno sviluppato una complessa generalizzazione del concetto di cosa.

Come abbiamo indicato, il principio di astrazione non è un principio su come contare (how-to-count principle). Esso riguarda il campo di applicazione dei principi sul come contare. In altre parole, esso è permissivo ma non restrittivo per quanto riguarda gli oggetti che possono essere contati. Come adulti, riconosciamo che tutti gli eventi o le entità possono essere classificati insieme per contarli. Questi eventi possono essere delle invenzioni arbitrarie della mente, entità fisiche, anche insieme (così come quando si mettono insieme i penny in gruppi di cinque e poi si contano i gruppi) e così via. La domanda che nasce è, che cosa i bambini delle diverse età considerano un insieme di cose che possono essere incluse in un conteggio.

### **Il principio di irrilevanza dell'ordine (the order-irrelevance principle)**

La considerazione dei modi nei quali i principi sono stati riassunti fin qui, potrebbe interagire e ci conduce a postulare un principio finale del contare, il principio di irrilevanza dell'ordine. Questo principio dice che l'ordine di

---

<sup>6</sup> Klahr D. & Fallace J. G. (1976), *Cognitive development, an information processing view*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum.

conteggio è irrilevante; così l'ordine nel quale gli oggetti sono etichettati, e quindi quale etichetta viene assegnata ad un oggetto e viceversa. In altre parole, “non importa come conti”.

Gli adulti sanno che ogni parola per contare deve essere assegnata ad un oggetto dello schieramento – in modo che nessuna parola per contare sia usata più di una volta in un dato conteggio. Cioè gli adulti sanno che non importa l'ordine nel quale gli oggetti sono suddivisi ed etichettati. Dato uno schieramento lineare di un coniglio, un camion, un cane e un gatto sistemati da sinistra verso destra, gli adulti sanno che è perfettamente la stessa cosa definire il coniglio “uno” in una prima conta e il gatto “uno” in un'altra conta. Ginsburg (1975) cita diversi aneddoti per dimostrare che i bambini piccoli non capiscono questo.

Un bambino che comprende l'irrelevanza dell'ordine di conteggio deve essere conoscere, in modo coscivo o incoscivo i seguenti fatti:

- 1) l'oggetto contato è una “cosa” piuttosto che un “uno” o un “due” (principio di astrazione);
- 2) che le etichette verbali sono arbitrarie e assegnate temporaneamente agli oggetti e non appartengono agli oggetti una volta che il conteggio è finito; e ancora più importante
- 3) risulta lo stesso numero cardinale a prescindere dall'ordine del conteggio.

In generale, il principio di irrilevanza dell'ordine riguarda il fatto che la maggior parte del processo del contare è arbitraria.

Questo principio è una delle conoscenze sulle conseguenze o non conseguenze dell'applicazione dei primi quattro principi. A volte è difficile stabilire una sottile distinzione tra i principi dell'astrazione dei numeri e i principi del ragionamento con i numeri. Quest'ultimo principio ha a che fare non solo con la nostre abilità di contare ma anche con la nostra comprensione di alcune proprietà dei numeri. I principi ragionati allo stesso modo vanno d'accordo con la nostra comprensione delle proprietà dei numeri. Analogamente, reintrodurremo il principio di irrilevanza dell'ordine quando discuteremo la struttura formale del ragionamento aritmetico nei bambini.