

3) DIMOSTRA CHE NON ESISTE $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} \frac{e^x - y}{x - y + 1}$;

(verificare lungo la retta passante per $(0,1)$ e lungo la curva $y = e^x$)

→ RETTA PASSANTE PER $(0,1)$ $y - 1 = m(x - 0)$ $y = mx + 1$
 FASCIO DI RETTE ESCONO DA $(0,1)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - mx - 1}{x - mx - 1 + 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - mx}{x - mx} = \frac{1 - m}{1 - m} = 1$$

(NON DIPENDE DA m , MA NON POSSIAMO DIRE NULLA)

→ FUNZIONE $y = e^x \leadsto \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^x}{x - e^x + 1} = \frac{0}{x} = 0$ $1 \neq 0 \Rightarrow$ LIMITE NON ESISTE

4) DIMOSTRA CHE $z = \frac{xy^2}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}}$ NON AMMETTE LIMITE PER $P(x,y) \rightarrow (0,0)$

→ Prendiamo il fascio di rette di centro $(0,0)$ $y = mx$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot m^2 x^2}{\sqrt{(x^2 + m^2 x^2)^3}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{m^2 x^3}{\sqrt{[(1 + m^2)x^2]^3}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{m^2 x^3}{\sqrt{(1 + m^2)^3} \cdot \sqrt{x^6}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{m^2 x^3}{|x|^3 \sqrt{(1 + m^2)^3}}$$

occorre fare limite destro e limite sinistro $\Rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{m^2 \cancel{x^3}}{\cancel{x^3} \sqrt{(1 + m^2)^3}} = \frac{m^2}{\sqrt{(1 + m^2)^3}}$$

IL RISULTATO DIPENDE DA m E CIÒ BASTA PER DIRE CHE IL LIMITE NON ESISTE.

Per completezza riportiamo anche il limite sinistro

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{m^2 x^3}{-x^3 \sqrt{(1 + m^2)^3}} = - \frac{m^2}{\sqrt{(1 + m^2)^3}} \quad (\text{DIPENDE DA } m)$$