

SCRIVERE LA FORMULA DI TAYLOR ARRESTATATA AL 2° ORDINE
PER LA FUNZIONE $f(x,y) = \log(3x+y^2)$ DI PUNTO INIZIALE
 $P(0,1)$;

FORMULA DI TAYLOR:

$$f(x,y) = f(x_0,y_0) + [f_x(x_0,y_0)(x-x_0) + f_y(x_0,y_0)(y-y_0)] + \frac{1}{2!} [f_{xx}(x_0,y_0)(x-x_0)^2 + 2f_{xy}(x_0,y_0)(x-x_0)(y-y_0) + f_{yy}(x_0,y_0)(y-y_0)^2] + \dots + \frac{1}{n!} [f_x(x_0,y_0)(x-x_0) + f_y(x_0,y_0)(y-y_0)]^n + R_n(x,y)$$

Nel nostro caso: $f(x,y) = f(0,1) + [f_x(0,1)(x-0) + f_y(0,1)(y-1)] + \frac{1}{2!} [f_{xx}(0,1)(x-0)^2 + 2f_{xy}(0,1)(x-0)(y-1) + f_{yy}(0,1)(y-1)^2] + R_2(x,y)$

$$f_x = \frac{3}{3x+y^2} \quad ; \quad f_{xx} = \frac{-3 \cdot 3}{(3x+y^2)^2} = \frac{-9}{(3x+y^2)^2}$$

$$f_y = \frac{2y}{(3x+y^2)} \quad f_{yy} = \frac{2(3x+y^2) - 2y(2y)}{(3x+y^2)^2} = \frac{6x+2y^2-4y^2}{(3x+y^2)^2} = \frac{6x-2y^2}{(3x+y^2)^2}$$

$$f_{xy} = \frac{-3 \cdot 2y}{(3x+y^2)^2} = \frac{-6y}{(3x+y^2)^2} \Rightarrow \begin{cases} f_x(0,1) = 3 \\ f_{xx}(0,1) = -9 \\ f_y(0,1) = 2 \end{cases}$$

$$f_{yy}(0,1) = \frac{-2}{1} = -2$$

$$f_{xy}(0,1) = -6$$

$$f(0,1) = 0$$

$$f(x,y) = 0 + 3(x-0) + 2(y-1) + \frac{1}{2} [-9(x)^2 + 2(-6)(x)(y-1) + 2(y-1)^2] + R_2(x,y)$$

$$= 3x + 2y - 2 + \frac{1}{2} [-9x^2 - 12xy + 12x - 2y^2 + 4y - 2] + R_2(x,y) \dots$$