

Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 4 \\ 0 & 7 & 0 \\ 2 & 1 & 9 \end{pmatrix}$ calcolare la MATRICE INVERSA.

Calcoliamo il determinante di A

$$\det A = 7 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 9 \end{vmatrix} = 7 \cdot (18 - 8) = 70 \neq 0 \Rightarrow \text{ESISTE LA MATRICE INVERSA}$$

Calcoliamo i complementi algebrici:

$$A_{11} = 63 \quad A_{12} = 0 \quad A_{13} = -14$$

$$A_{21} = 49 \quad A_{22} = 10 \quad A_{23} = -12$$

$$A_{31} = -28 \quad A_{32} = 0 \quad A_{33} = 14$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \begin{vmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{vmatrix} = \frac{1}{70} \cdot \begin{vmatrix} 63 & 49 & -28 \\ 0 & 10 & 0 \\ -14 & -12 & 14 \end{vmatrix}$$

N.B. $\det A^{-1} = \frac{1}{70}$

PROVARE CHE LA MATRICE $A = \begin{pmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ È INVERTIBILE E TROVARE L'INVERSA.

Calcoliamo $\det A = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 = 1 \neq 0 \Rightarrow A \text{ È INVERTIBILE}$

Calcoliamo i complementi algebrici:

$$A_{11} = 1 \quad A_{12} = 0 \quad A_{13} = 0$$

$$A_{21} = -x \quad A_{22} = 1 \quad A_{23} = 0$$

$$A_{31} = x^2 \quad A_{32} = -x \quad A_{33} = 1$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -x & x^2 \\ 0 & 1 & -x \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det A^{-1} = \frac{1}{1} = 1$$