

Determinare i punti di massimo e di minimo della funzione

$$Z = x^2 y^2 - x^2 y + 2y^2 + 4y$$

$$\begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2xy^2 - 2xy = 0 \\ 2x^2y - x^2 + 4y + 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} xy(y-1) = 0 \\ - \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases} \vee \begin{cases} x=\pm 2 \\ y=0 \end{cases} \vee \begin{cases} x^2+8=0 \text{ MAI} \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow \text{PONTI CRITICI} \quad P_1(0, -1) \quad P_2(2, 0) \quad P_3(-2, 0)$$

$$f_{xx} = 2y^2 - 2y; \quad f_{xy} = 4xy - 2x; \quad f_{yx} = 4xy - 2x; \quad f_{yy} = 2x^2 + 4$$

$$H = \begin{pmatrix} 2y^2 - 2y & 4xy - 2x \\ 4xy - 2x & 2x^2 + 4 \end{pmatrix}$$

$$H(0, -1) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = 16 > 0 \quad f_{xx} > 0 \Rightarrow P_1(0, -1) \text{ MINIMO REL.}$$

$$H(2, 0) = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -4 & 12 \end{pmatrix} < 0 \Rightarrow P_2(2, 0) \text{ PUNTO DI SELLA}$$

$$H(-2, 0) = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 12 \end{pmatrix} < 0 \Rightarrow P_3(-2, 0) \text{ PUNTO DI SELLA}$$