

MAX e MIN RELATIVI di $z = -x^2 + 2xy - y^2$

$$\begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x + 2y = 0 \\ 2x - 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ x = y \end{cases} \Rightarrow P(a, a)$$

PUNTI CRITICI
PUNTI DELLA BISETTRICE
1°-3° QUADRANTE

$$f_{xx} = -2 \quad f_{xy} = 2 \quad f_{yx} = 2 \quad f_{yy} = -2$$

$$H = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow 4 - 4 = 0 \quad \text{NULLA SI PUÒ DIRE}$$

$$H(a, a) = 0; \Rightarrow f(x, y) - f(a, a) = -x^2 + 2xy - y^2 - (-a^2 + 2a^2 - a^2) = -x^2 + 2xy - y^2 \quad \text{STUDIO IL SEGNO}$$

$$-(x - y)^2 > 0 \quad \text{MAI}$$

$$f(x, y) > f(a, a) \quad \text{MAI} \Rightarrow P(a, a) \text{ MAX RELATIVO.}$$

DETERMINARE i MAX e MIN della funzione $z = -x^3 - y^3 + 9xy + 27$

$$\begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x^2 + 9y = 0 \\ -3y^2 + 9x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3y = 0 \\ y^2 - 3x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{9}y^4 - 3y = 0 \\ x = \frac{1}{3}y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^4 - 27y = 0 \\ - \end{cases}$$

$$\begin{cases} y(y^3 - 27) = 0 \\ x = / \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} y = 3 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{PUNTI CRITICI } O(0, 0) \quad P(3, 3)$$

Costruiamo la MATRICE HESSIANA $H = \begin{pmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{pmatrix}$

$$f_{xx} = -6x \quad ; \quad f_{xy} = 9 \quad ; \quad f_{yy} = -6y$$

$$H = \begin{pmatrix} -6x & 9 \\ 9 & -6y \end{pmatrix}$$

$$H(0, 0) = \begin{pmatrix} 0 & 9 \\ 9 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow -81 < 0 \Rightarrow O(0, 0) \text{ è un PUNTO DI SELLA}$$

$$H(3, 3) = \begin{pmatrix} -18 & 9 \\ 9 & -18 \end{pmatrix} \Rightarrow 324 - 81 > 0 \text{ e } f_{xx} < 0 \Rightarrow P(3, 3) \text{ MAX RELATIVO}$$