

DETERMINARE I MAX & MIN RELATIVI DELLE SEGUENTI FUNZIONI:

1) $z = x^3 + y^3 - 3x^2 - 3y$

$$\begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x = 0 \\ 3y^2 - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = 0 \\ y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(x-2) = 0 \\ y = \pm 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0; x = 2 \\ y = \pm 1 \end{cases}$$

$P(0, 1) \quad Q(0, -1) \quad R(2, 1) \quad S(2, -1) \Rightarrow$ PONTI CRITICI

Costruiamo l'HESSIANA:

$$H = \begin{pmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6x - 6 & 0 \\ 0 & 6y \end{pmatrix}$$

$H(0, 1) = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} < 0 \Rightarrow P(0, 1)$ è un PUNTO DI SELLA.

$H(0, -1) = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix} > 0 \quad f_{xx} < 0 \Rightarrow Q(0, -1)$ MAX RELATIVO

$H(2, 1) = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} > 0 \quad f_{xx} > 0 \Rightarrow R(2, 1)$ MINIMO RELATIVO

$H(2, -1) = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix} < 0 \quad S(2, -1)$ P.TO DI SELLA

$z = x^2 + y^2 + \frac{2}{x} + \frac{2}{y}$ $\begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{2}{x^2} = 0 \\ 2y - \frac{2}{y^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3 - 1 = 0 \\ y^3 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

PUNTO CRITICO: $P(1, 1)$

$f_{xx} = 2 + \frac{4}{x^3} \quad ; \quad f_{xy} = 0 \quad f_{yy} = 2 + \frac{4}{y^3}$

$H = \begin{pmatrix} 2 + \frac{4}{x^3} & 0 \\ 0 & 2 + \frac{4}{y^3} \end{pmatrix} \Rightarrow H(1, 1) = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} = 36 > 0 \quad f_{xx} > 0$
 $P(1, 1)$

MINIMO RELATIVO