

Determinare i punti di MASSIMO e MINIMO RELATIVI della funzione $z = x^2 - \ln x + y - \ln y$.

$$\begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{1}{x} = 0 \\ 1 - \frac{1}{y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{PUNTI CRITICI} \Rightarrow P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right); Q\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$$

Costruiamo la MATRICE HESSIANA $H = \begin{pmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{pmatrix}$

$$f_{xx} = 2 + \frac{1}{x^2} \quad f_{xy} = 0 \quad f_{yy} = \frac{1}{y^2}$$

$$H = \begin{pmatrix} 2 + \frac{1}{x^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{y^2} \end{pmatrix} \Rightarrow H\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4 > 0 \quad f_{xx} > 0$$

$P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$ MINIMO RELATIVO

$$z = x^2 y + y^2$$

$$\begin{cases} f_x = 2xy = 0 \\ f_y = x^2 + 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0; y=0 \\ / \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow O(0,0)$$

PUNTO CRITICO

HESSIANA $H = \begin{pmatrix} 2y & 2x \\ 2x & 2 \end{pmatrix}; H(0,0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 0$

Il determinante di H è NULLO $\Rightarrow$ NULLA SI PUÒ CONCLUDERE
QUINDI STUDIAMO IL SEGNO di $f(x,y) - f(0,0) > 0 \Rightarrow f(x,y) > f(0,0)$ (*)

$$x^2 y + y^2 > 0$$

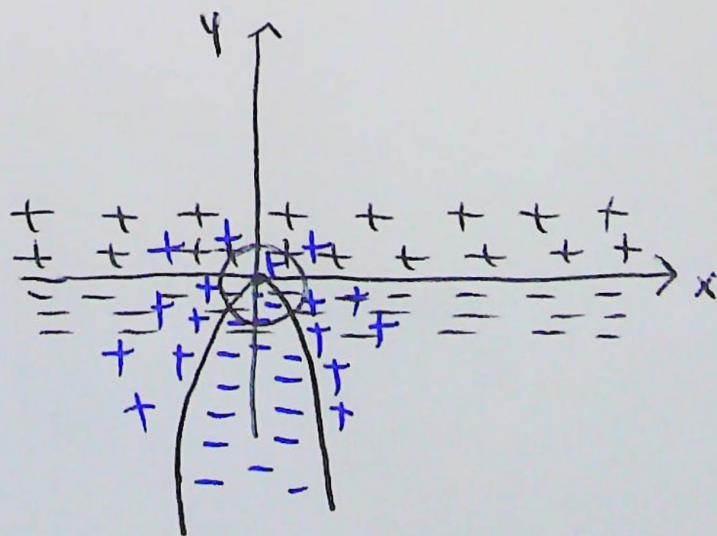
$$y(x^2 + y) > 0 \text{ (SEGNI)}$$

$$y > 0$$

$$y + x^2 > 0$$

$$y = -x^2$$

$$(2,0) \text{ } 4 > 0$$



$\Rightarrow O(0,0)$ è un punto di SELLA (nell'intorno di $O(0,0)$ (*) $\bar{e} > 0$ e anche < 0)