

$x, y \in \mathbb{R}$ di $z = x^4 + y^2 - 2x^2y$

$$\begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases} \begin{cases} 4x^3 - 4xy = 0 \\ 2y - 2x^2 = 0 \end{cases} \begin{cases} 4x^3 - 4x^3 = 0 \quad 0=0 \\ y = x^2 \end{cases}$$

PUNTI STAZIONARI SULLA PARABOLA $y = x^2$

$$f_{xx} = 12x^2 - 4y \quad f_{xy} = -4x \quad f_{yy} = 2$$

$$H = \begin{pmatrix} 12x^2 - 4y & -4x \\ -4x & 2 \end{pmatrix}; \quad H(x, x^2) = \begin{pmatrix} 12x^2 - 4x^2 & -4x \\ -4x & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8x^2 & -4x \\ -4x & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det H = 16x^2 - 16x^2 = 0 \quad \text{NULLA SI PUÒ DIRE.}$$

STUDIO IL SEGNO DI $f(x, y) - f(x, x^2) \geq 0$ $x^4 + y^2 - 2x^2y \geq 0$

$$(x^2 - y)^2 \geq 0 \quad \text{SEMPRE POSITIVA}$$

$\Rightarrow P(x, x^2)$ È UN PUNTO DI MINIMO

$\Rightarrow$ TUTTI I PUNTI SULLA PARABOLA SONO PUNTI DI MINIMO RELATIVO.