

RANGO di una MATRICE

Il RANGO (o CARATTERISTICA) di A è l'ORDINE MASSIMO dei suoi MINORI NON NULLI; se K è tale ordine $\Rightarrow \text{rango } A = K$

- $\Downarrow$
- 1) dalla matrice A si estrae almeno un minore di ordine $K \neq 0$
 - 2) tutti i minori di ordine $> K$ sono NULLI.

m.b. se A è una matrice quadrata ($n \times n$) e $\det A \neq 0$ allora $K = n$.

DETERMINARE IL RANGO DELLA MATRICE $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 \\ 9 & 6 & 12 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 2 \end{pmatrix}$
 3×4

Tutti i minori del 2° e 3° ordine che si possono estrarre dalla matrice A sono NULLI perché gli elementi delle righe sono proporzionali. Invece risulta che gli elementi della matrice A sono non tutti NULLI $\Rightarrow$ MINORI di ordine 1 sono DIVERSI da ZERO $\Rightarrow K = 1 \quad r(A) = 1$;

DETERMINARE IL RANGO DELLA MATRICE $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

A è una matrice 3×3 quadrata;

$$\text{Calcoliamo } \det A = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (30 + 15 + 21) - (14 + 27 + 25) = 66 - 66 = 0 \Rightarrow r(A) \neq 3$$

Prendiamo per esempio un MINORE ORDINE 2

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 5 = 1 \neq 0 \Rightarrow r(A) = 2.$$