

TERMINARE IL RANGO della MATRICE

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 4 & -3 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 4 & -3 & 8 & -9 \end{pmatrix}$$

5x4

È una matrice $5 \times 4 \Rightarrow r(A)$ al massimo può essere 4.

$\Rightarrow$ Poiché le colonne 3^a e 4^a sono proporzionali alla 1^a e $2^a \Rightarrow$ un qualsiasi minore di ordine 4 e di ordine 3 (avendo 2 colonne proporzionali) è nullo

$\Rightarrow$ Prendiamo un minore di ordine 2

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \neq 0 \Rightarrow \text{rango di } A \bar{=} 2 \Rightarrow r(A) = 2.$$

DETERMINARE IL RANGO di $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ a & a-1 & 0 \\ a & 2a-2 & 2a-2 \end{pmatrix}$

$$\text{Calcolo } \det A = a \begin{vmatrix} a-1 & 0 \\ 2a-2 & 2a-2 \end{vmatrix} = a(a-1)(2a-2) = 2a(a-1)^2$$

• $a = 0 \Rightarrow \det A = 0$ $\text{rango } A \neq 3 \rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 \end{vmatrix}$ prendo
 il minore $\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$

$$\Rightarrow \text{rango } A = 2$$

• $a = 1 \Rightarrow \det A = 0$ $\text{rango } (A) \neq 3 \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow$

tutti i minori di ordine 2 sono nulli $\Rightarrow r(A) \neq 2$

$$\Rightarrow \text{rango } A = 1 \quad \Downarrow$$

$$a = 0 \rightarrow r(A) = 2$$

$$\forall a \neq 0 \wedge a \neq 1$$

$$a = 1 \rightarrow r(A) = 1$$

$$r(A) = 3$$