

PROVARE IL RANGO DELLA MATRICE A (con Th. KRONECKER)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -7 & 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$A(4 \times 5)$ il rango al max può essere 4.

La matrice contiene un minore di ordine 2 non nullo:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -4 + 6 = 2 \neq 0$$

Il minore di ordine $(k+1=3)$ che lo inquadra è:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow \det \Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = (4 + 0 + 3) - (0 + 2 + 4) = 7 - 6 = 1$$

$\det \Delta_1 \neq 0 \Rightarrow$ Il rango di A non è più 2 ma potrebbe essere 3;

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 4 & -7 & 4 & -4 \end{vmatrix} \quad \det \Delta_2 = 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & 4 & 5 \end{vmatrix} \quad \det \Delta_3 = 0$$

$\Rightarrow$ Dunque il rango della matrice A $r(A) = 3$