

Calcolare per ogni valore del parametro t , il rango della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2t & 1 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & t & t+2 \end{pmatrix}$$

È una matrice quadrata (3×3) ; calcoliamo il

$$\det A = \begin{vmatrix} 2t & 1 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & t & t+2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2t & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = (0 - 4 + 8t) - (0 - 2t^2 + 2(t+2))$$
$$= -4 + 8t + 2t^2 - 2t - 4 = 2t^2 + 6t - 8$$

$$\det A = 0 \quad 2t^2 + 6t - 8 = 0 \quad t^2 + 3t - 4 = 0 \quad \begin{cases} t = -4 \\ t = 1 \end{cases}$$

dobbiamo distinguere i seguenti casi:

1° caso: $t \neq 1$ e $t \neq -4$ rango della matrice A è 3 $\Rightarrow r(A) = 3$

2° caso: $t = 1$ si ottiene la matrice $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

trovo un minore ordine 2 $\neq 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -2 \neq 0; \text{ozlando il minore si}$$

$$\text{ottiene } \Delta_1 = \begin{vmatrix} \boxed{2} & \boxed{1} & 4 \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \text{rango } A = 2 \Rightarrow r(A) = 2$$

3° caso: $t = -4$ si ottiene la matrice $\begin{vmatrix} -8 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & -4 & -2 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow$ come il caso precedente

$$\Delta = \begin{vmatrix} -8 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \text{ ozlando il minore si}$$

$$\text{ottiene } \Delta_1 = \begin{vmatrix} -8 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & -4 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow r(A) = 2$$