

Determinare per ogni valore del parametro t il rango di

$$A = \begin{pmatrix} t & 0 & 0 \\ t & t-1 & 0 \\ t & 2t-2 & 2t-2 \end{pmatrix}$$

È una matrice quadrata 3×3 ; calcoliamo il $\det A$

$$\det A = t \begin{vmatrix} t-1 & 0 \\ 2t-2 & 2t-2 \end{vmatrix} = t(t-1)(2t-2) = 2t(t-1)^2$$

- $\det A \neq 0$ se $t \neq 0$ e $t \neq 1 \Rightarrow r(A) = 3$

- se $t = 0$ si ottiene $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 0$ e $\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$

$$\Rightarrow r(A) = 2$$

- se $t = 1$ si ottiene $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$ tutti i minori 2×2 sono nulli

$$\Rightarrow r(A) = 1$$

calcolare rango di $A = \begin{pmatrix} t & 5t & -t \\ 2t & t & 10t \\ -t & -2t & -3t \end{pmatrix}$

$$\text{Calcoliamo } \det A = t(-3t^2 + 20t^2) - 5t(-6t^2 + 10t^2) - t(-4t^2 + t^2)$$

$$= 17t^3 - 20t^3 + 3t^3 = 0 \Rightarrow r(A) \text{ non può essere } 3.$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} t & 5t \\ 2t & t \end{vmatrix} = t^2 - 10t^2 = -9t^2. \text{ se } t = 0 \Rightarrow A \text{ è nulla}$$
$$r(A) = 0$$

- se $t \neq 0$ $r(A) = 2$