

Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -k & 2k^2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & k-1 \\ 2 & -k^2 & -1 \end{pmatrix}$$

La matrice A è quadrata (3×3) calcolo di $\det A$

$$\det A = 2 \begin{vmatrix} 2k^2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} -k & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2(2k^2 + 1) - 1(-k + 1) = 4k^2 + k + 1 \neq 0 \quad \forall k$$

$$\Rightarrow \text{rango di } A \text{ è } 3 \quad \underline{\text{r}(A) = 3.}$$

B è una matrice 2×3 il rango al max può essere 2.

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -k^2 \end{vmatrix} = 2k^2 - 2 = 2(k-1)(k+1) \quad \begin{matrix} k \neq \pm 1 \\ \text{r}(B) = 2 \end{matrix}$$

analizziamo il caso $k = 1$

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \quad \text{r}(B) = 2$$

analizziamo il caso $k = -1$

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 2 \neq 0 \quad \text{r}(B) = 2$$

$$\Rightarrow \text{rango}(B) = 2$$