

SISTEMI LINEARI

Risolvere il seguente sistema con la MATRICE INVERSA

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 5 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15 \end{cases}$$

Scriviamo il sistema sotto forma matriciale

$$\begin{pmatrix} +3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix} \quad A \cdot \underline{x} = \underline{b}$$

Calcoliamo il determinante della matrice A:

$$\det A = \begin{vmatrix} +3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} = +3(4+1) + 1(-8-2) = +15 - 10 = 5 \neq 0$$

Calcoliamo la matrice inversa A^{-1}

$$A_{11} = 5 \quad A_{12} = 10 \quad A_{13} = 0$$

$$A_{21} = 4 \quad A_{22} = 12 \quad A_{23} = 1$$

$$A_{31} = -1 \quad A_{32} = -3 \quad A_{33} = 1$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 4/5 & -1/5 \\ 2 & 12/5 & -3/5 \\ 0 & 1/5 & 1/5 \end{pmatrix}$$

$$\underline{x} = A^{-1} \cdot \underline{b} \quad \text{quindi}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4/5 & -1/5 \\ 2 & 12/5 & -3/5 \\ 0 & 1/5 & 1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 3 \end{cases}$$

(1 e 1 sola soluzione)