

STUDIARE IL SISTEMA $\begin{cases} x - y = 1 \\ ky + z = 0 \\ 2x - kz = -1 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$

È un sistema $m = 4$ $n = 3$.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & k & 1 \\ 2 & 0 & -k \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

al max ha rango 3

$$A' = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & k & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -k & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

può avere rango 4 se ha $r(A') = 4$
IL SISTEMA NON È POSSIBILE.

$$r(A') = 1 \cdot \begin{vmatrix} k & 1 & 0 \\ 0 & -k & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -k & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & k & 1 \\ 2 & 0 & -k \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= [k(k+1) - 1] + [-1(-2+1)] - 1[-k(2+k) + 1(2)] =$$

$$= k^2 + k - 1 + 1 - 1[-k(2+k) + 1(2)] =$$

$$= k^2 + k - 1 + 1 + 2k + k^2 - 2 = 2k^2 + 3k - 2$$

$$2k^2 + 3k - 2 = 0 \quad k_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

$$\boxed{k = -2}$$

$$\boxed{k = 1/2}$$

$$\Rightarrow k \neq -2 \wedge k \neq \frac{1}{2}$$

SISTEMA NON AMMETTE
SOLUZIONE perché $r(A') = 4$
e $r(A)$ non può essere 4.

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ -2y + z = 0 \\ 2x + 2z = -1 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$$

risolvendo

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \\ z = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ \frac{1}{2}y + z = 0 \\ 2x - \frac{1}{2}z = -1 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = -\frac{4}{3} \\ z = \frac{2}{3} \end{cases}$$