

Determinare per quali valori del parametro  $a$ , il sistema è risolubile, e calcolare le soluzioni

$$\begin{cases} x+y+az=2 \\ ay+6z=3 \\ x+z=1 \end{cases}$$

È un sistema ( $m=3, n=3$ )

APPLICO LA REGOLA di CRAMER

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 0 & a & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & a \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = a+6-a^2 = -(a^2-a-6) = -(a-3)(a+2)$$

$$a^2-a-6=0 \quad a_{1,2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases} \Rightarrow \text{Se } \boxed{a \neq 3 \wedge a \neq -2} \text{ sistema ammette soluzioni}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & a \\ 3 & a & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & a \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2a+6-a^2-3 = -a^2+2a+3 = -(a^2-2a-3) = -(a-3)(a+1)$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & a \\ 0 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 15-3a-6 = 9-3a = -3(a-3) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{a+1}{a+2} \\ y = \frac{3}{a+2} \\ z = \frac{1}{a+2} \end{cases}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & a & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & a \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = a+3-2a = 3-a = -(a-3)$$

Se  $\boxed{a=-2}$  o  $a=3$  (non posso applicare CRAMER perché  $D=0$ )

$$\begin{cases} x+y+2z=2 \\ -2y+6z=3 \\ x+z=1 \end{cases} \quad A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \kappa(A)=2 \quad A' = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 6 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \kappa(A')=3$$

IL SISTEMA NON AMMETTE SOLUZIONI

Se  $\boxed{a=3}$   $\kappa(A)=2$   $A' = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 6 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \kappa(A')=2 \Rightarrow$  ammette  $\infty^1$  soluzioni

$$\begin{cases} x+y+3z=2 \\ 3y+6z=3 \\ x+z=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=2-3z \\ x=1-z \end{cases} \quad (2 \times 2 \text{ CRAMER})$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \quad D_1 = \begin{vmatrix} 2-3z & 1 \\ 1-z & 0 \end{vmatrix} = z-1 \quad D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2-3z \\ 1 & 1-z \end{vmatrix} = 1-z-2+3z = z-1$$

$$x = 1-z \quad y = 1-2z; \quad z = z$$