

VERIFICARE CHE I VETTORI $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ NON COSTITUISCONO UNA BASE di $\mathbb{R}^3$.

Inanzitutto vediamo se sono LINEARMENTE INDIPENDENTI

$$c_1 \underline{v}_1 + c_2 \underline{v}_2 + c_3 \underline{v}_3 = \underline{0}$$

$$c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ c_2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_3 \\ 3c_3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} c_1 + c_3 = 0 \\ c_2 + 3c_3 = 0 \\ 0 = 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} c_1 + c_3 = 0 \\ c_2 + 3c_3 = 0 \\ - \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = -c_3 \\ c_2 = -3c_3 \\ - \end{cases} \text{ ho infinite soluzioni } \begin{pmatrix} c_1 \\ -3c_3 \\ c_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{ i}$$

vettori non sono linearmente indipendenti $\Rightarrow$ NON COSTITUISCONO UNA BASE di $\mathbb{R}^3$

VERIFICARE CHE I VETTORI $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ non costituiscono una base in $\mathbb{R}^3$

Vediamo se sono LINEARMENTE INDIPENDENTI $c_1 \underline{v}_1 + c_2 \underline{v}_2 = \underline{0}$
 $c_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2c_1 \\ 2c_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = 0 \\ c_2 = 0 \end{cases}$ e soddisfa $\Rightarrow$ i
coeff. sono TUTTI NULLI

$\Rightarrow v_1$ e v_2 sono linearmente INDIPENDENTI. Ora per vedere se essi costituiscono una BASE, vediamo se un generico vettore di $\mathbb{R}^3$ può essere scritto come loro combinazione lineare

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2c_1 \\ 2c_2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ma se prendo un}$$

vettore generico con $x_3 \neq 0$ (*) non sarà mai verificata

$\Rightarrow$ nessun vettore di $\mathbb{R}^3$ con terza componente diversa da 0 può essere scritto come comb. lineare dei vettori dati. $\Rightarrow$ NO BASE