

STUDIARE LA SEGUENTE FUNZIONE

$$y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

①

1) DOMINIO: si tratta di una fne razionale fra fra D: $x-1 \neq 0$ $x \neq 1$
 $D: \mathbb{R} - \{1\}$

2) SIMMETRIE: verifichiamo se è una funzione PARI $\rightarrow f(x) = f(-x)$
 $f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x-1)^2} = \frac{-x^3}{(-x-1)^2}$ NON È PARI. Verifichiamo se è una
 funzione DISPARI $f(x) = -f(-x) \Rightarrow -f(-x) = \frac{x^3}{(-x-1)^2}$ NON È DISPARI

3) INTERSEZIONE ASSI
 $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow (0,0)$ INTERSECA GLI ASSI IN $(0,0)$.

4) SEGNO di $f(x)$ $f(x) > 0 \Rightarrow \frac{x^3}{(x-1)^2} > 0$
 $N > 0 \quad x > 0$
 $D > 0 \quad \forall x \in D$

La funzione è negativa $(-\infty, 0)$ e POSITIVA da $(0, +\infty)$ con $x \neq 1$

5) LIMITI e ASINTOTI

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow$ ~~ASINTOTO ORIZZONTALE~~

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3}{(x-1)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3}{(x-1)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ $x=1$ ASINTOTO VERTICALE

$y = mx + q$; $m = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \cdot \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^3 - 2x^2 + x} = 1$; $q = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - mx =$

$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{(x-1)^2} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^3 + 2x^2 - x}{x^2 - 2x + 1} = 2$ $q = 2 \Rightarrow y = x + 2$ AS. OBLIQ.

6) STUDIO DELLA DERIVATA PRIMA

$$y' = \frac{3x^2(x-1)^2 - x^3 \cdot 2(x-1)}{(x-1)^4} = \frac{3x^3 - 3x^2 - 2x^3}{(x-1)^3} = \frac{x^3 - 3x^2}{(x-1)^3} = \frac{x^2(x-3)}{(x-1)^3}$$

$y' > 0 \quad N > 0 \quad x^2 > 0 \quad \forall x \neq 0$
 $N_2 > 0 \quad x > 3$

$D > 0 \quad x > 1$

$x=3$ MIN RELATIVO

$$f(3) = \frac{27}{4} \quad m\left(3, \frac{27}{4}\right)$$

7) STUDIO DELLA DERIVATA SECONDA

$$y'' = \frac{(3x^2 - 6x)(x-1)^3 - (x^3 - 3x^2) \cdot 3(x-1)^2}{(x-1)^6} =$$

$$= \frac{3x^3 - 3x^2 - 6x^3 + 6x^2 - 3x^3 + 9x^2}{(x-1)^4} = \frac{6x}{(x-1)^4}$$

$y'' > 0 \quad N > 0 \quad x > 0$

$D > 0 \quad \forall x \in D$

$\begin{matrix} x=0 \\ y=0 \end{matrix} \Rightarrow (0,0)$ FLESSO

