

STUDIARE LA SEGUENTE FUNZIONE

$$y = \sqrt[3]{x^3 - 4x^2}$$

(2)

1) DOMINIO : f. razionale di indice dispari $D: \mathbb{R} \rightarrow (-\infty, +\infty)$

2) SIMMETRIE : $f(-x) = \sqrt[3]{(-x)^3 - 4(-x)^2} = \sqrt[3]{-x^3 - 4x^2}$ NO PARI; $-f(-x) = +\sqrt[3]{x^3 + 4x^2}$ NON È NEMMENO DISPARI $\Rightarrow$ NO SIMMETRICA

3) INTERSEZIONE ASSI

$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \quad O(0,0)$$

$$\begin{cases} x^3 - 4x^2 = 0 \\ y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2(x-4) = 0 \\ y=0 \end{cases}$$

$A(4,0)$ INTERSECA GLI ASSI CARTESIANI IN $(0,0)$ e in $A(4,0)$.

4) SEGNO di $f(x)$

$$f(x) > 0 \quad \sqrt[3]{x^3 - 4x^2} > 0 \quad x^3 - 4x^2 > 0 \quad x^2(x-4) > 0 \quad \begin{matrix} F_1 > 0 & \forall x \neq 0 & 0 & 4 \\ F_2 > 0 & x > 4 & + & + \\ & & - & + \end{matrix}$$

5) LIMITI e ASINTOTI

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 4x^2}}{x} = 1$$

ASINTOTO ORIZZONTALE ; ASINTOTO VERTICALE ; CERCO L'ASINTOTO OBLIQUO $y = mx + q$ $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 4x^2}}{x} =$

$$q = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{x^3 - 4x^2} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt[3]{1 - \frac{4}{x}} - 1 \right) \quad -\frac{4}{x} = t$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} -\frac{4}{t} (\sqrt[3]{1+t} - 1) = -4 \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(1+t)^{1/3} - 1}{t} = -4 \cdot \frac{1}{3} = -\frac{4}{3} \quad \boxed{y = x - \frac{4}{3}} \quad x = -\frac{4}{t}$$

6) STUDIO DELLA DERIVATA PRIMA

$$y = (x^3 - 4x^2)^{1/3}$$

$$y' = \frac{1}{3} (x^3 - 4x^2)^{1/3 - 1} (3x^2 - 8x) = \frac{1}{3} (x^3 - 4x^2)^{-2/3} (3x^2 - 8x) = \frac{3x^2 - 8x}{3 \sqrt[3]{(x^3 - 4x^2)^2}}$$

$$= \frac{3x - 8}{3 \sqrt[3]{x(x-4)^2}} \quad \begin{matrix} N > 0 & x > 8/3 \\ D > 0 & x > 0 \end{matrix}$$

$(0,0)$ MAX REL.

$(\frac{8}{3}, -\frac{4}{3} \sqrt[3]{4})$ MIN REL.

7) STUDIO DELLA DERIVATA SECONDA

$$y'' = \frac{3 \sqrt[3]{x(x-4)^2} - (3x-8) \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} (x(x-4)^2)^{-2/3}}{9 \sqrt[3]{x^2(x-4)^4}}$$

$$= -\frac{1}{9} \frac{32}{\sqrt[3]{x^4(x-4)^5}}$$

$$y'' > 0$$

$$\begin{matrix} & 4 & \\ - & - & - \\ & + & - \end{matrix}$$

$F(4,0)$

