

STUDIARE LA SEGUENTE FUNZIONE

$$y = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 9}$$

(*)

1) DOMINIO $x^2 - 9 \neq 0 \quad x \neq \pm 3 \quad D: \mathbb{R} - \{\pm 3\}$

2) SIMMETRIE $f(x) = f(-x) \rightarrow f(-x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 9}$ E' UNA FUNZIONE PARI

3) INTERSEZIONE ASSI CARTESIANI

$$\begin{cases} x=0 \\ y = -\frac{2}{9} \end{cases} \quad A(0, -\frac{2}{9}) \quad \begin{cases} x^2 + 2 = 0 \quad \nexists x \\ y = 0 \end{cases}$$

4) SEGNO di $f(x)$

$$\frac{x^2 + 2}{x^2 - 9} > 0 \quad \begin{cases} N > 0 \quad \forall x \\ D > 0 \quad x^2 - 9 > 0 \end{cases}$$

$\oplus$	-3	$\ominus$	3	$\oplus$
+		-		+
+		+		+

$x < -3 \vee x > 3$

5) LIMITI e ASINTOTI

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{x^2 + 2}{x^2 - 9} = 1 \quad y = 1 \text{ ASINTOTO ORIZZONTALE}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 + 2}{x^2 - 9} = \frac{11}{0^+} = +\infty$$

$x = 3$ ASINTOTO VERTICALE

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 + 2}{x^2 - 9} = \frac{11}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x^2 + 2}{x^2 - 9} = \frac{11}{0^-} = -\infty$$

$x = -3$ ASINTOTO VERTICALE

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = +\infty$$

6) STUDIO DELLA DERIVATA PRIMA

$$y' = \frac{2x(x^2 - 9) - (x^2 + 2) \cdot 2x}{(x^2 - 9)^2}$$

$$= \frac{2x(\cancel{x^2} - 9 - \cancel{x^2} - 2)}{(x^2 - 9)^2} = \frac{-22x}{(x^2 - 9)^2} > 0$$

$$x < 0 \quad \begin{array}{c} 0 \\ + \quad - \end{array} \quad \text{MAX}(0, -\frac{2}{9}) \quad y=1$$

7) STUDIO DELLA DERIVATA SECONDA

$$y'' = \frac{-22(x^2 - 9)^2 + 22x \cdot 2 \cdot 2x(x^2 - 9)}{(x^2 - 9)^4}$$

$$= \frac{-22x^2 + 198 + 88x^2}{(x^2 - 9)^3} = \frac{66x^2 + 198}{(x^2 - 9)^3}$$

$$y'' > 0 \quad N > 0 \quad \forall x$$

$$D > 0 \quad x < -3 \vee x > 3$$

NON HA FLESSI

-3	3
$\oplus$	$\oplus$
+	+
+	+

$x < -3 \vee x > 3$

