

STUDIARE LA FUNZIONE

$$y = \frac{\ln x}{\ln x - 1}$$

©

DOMINIO : $\begin{cases} x > 0 \\ \ln x - 1 \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0 \\ \ln x \neq 1 \end{cases} \quad x \neq e \quad D: (0, e) \cup (e, +\infty)$

SIMMETRIE : $f(-x) \neq f(x)$ NO PARI e NO DISPARI ($-f(-x) \neq f(x)$)

INTERSEZIONI ASSI $\begin{cases} x=0 \\ y=\text{?} \end{cases} \quad \begin{cases} \ln x = 0 \\ y=0 \end{cases} \quad x=1 \quad A(1,0)$

SEGNO DI $f(x) = \frac{\ln x}{\ln x - 1}$

$x > 0$	$x > 1$	$x > e$
$\ln x > 0$	$\ln x > 0$	$\ln x > 1$
$\ln x - 1 < 0$	$\ln x - 1 < 0$	$\ln x - 1 > 0$
$f(x) < 0$	$f(x) < 0$	$f(x) > 0$

LIMITI e ASINTOTI

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\ln x - 1} = 1$ [y=1] A. ORIZZ.
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\ln x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - 1} = 1$

$\lim_{x \rightarrow e^-} \frac{\ln x}{\ln x - 1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ [x=e] AS. VERTICALE

DERIVATA PRIMA

$$y' = \frac{\frac{1}{x}(\ln x - 1) - \ln x \left(\frac{1}{x}\right)}{(\ln x - 1)^2} = \frac{\frac{1}{x}(\ln x - 1 - \ln x)}{(\ln x - 1)^2} = \frac{-1}{x(\ln x - 1)^2}$$

$y' > 0$ - 1 > 0 mai
 $x > 0$

$(\ln x - 1)^2 > 0 \quad \forall x \in D$

FUNCTIONE SEMPRE DECRESCENTE

DERIVATA SECONDA

$$y'' = \frac{(\ln x - 1)^2 + x \cdot 2(\ln x - 1) \cdot \frac{1}{x}}{x^2(\ln x - 1)^3} =$$

$$= \frac{\ln x - 1 + 2}{x^2(\ln x - 1)^3} = \frac{\ln x + 1}{x^2(\ln x - 1)^3} > 0$$

$\ln x + 1 > 0 \quad \ln x > -1 \quad x > e^{-1}$
 $x^2 > 0 \quad \forall x \in D$

$\ln x - 1 > 0 \quad x > e$

$x < 0$	$0 < x < e^{-1}$	$e^{-1} < x < e$	$x > e$
$\ln x < 0$	$\ln x < -1$	$-1 < \ln x < 0$	$\ln x > 0$
$\ln x + 1 < 0$	$\ln x + 1 < 0$	$\ln x + 1 > 0$	$\ln x + 1 > 0$
$y'' < 0$	$y'' < 0$	$y'' > 0$	$y'' > 0$

$F(e^{-1}; \frac{1}{2})$

FLESSO

