

DETERMINA I VALORI DI a E b IN MODO CHE $f(x)$ RISULTI CONTINUA E DERIVABILE $\forall x \in \mathbb{R}$ (3)

$$1) f(x) = \begin{cases} x^2 + bx - a & x \leq 0 \\ x - 2b & x > 0 \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} a \cdot e^x + b & x \leq 0 \\ \frac{1}{2e^x - 1} & x > 0 \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - 1}{x + b} & x \leq 1 \\ \ln x + 1 & x > 1 \end{cases}$$

$$4) f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x^2 + 3} & x \leq 1 \\ b \ln x + (2a + 1)x & x > 1 \end{cases}$$

1) CONTINUITÀ:
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} x^2 + bx - a = -a$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} x - 2b = -2b$ $\boxed{a = 2b}$

DERIV.
 $f'(x) = \begin{cases} 2x + b & x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} 2x + b = b$
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} 1 = 1$ $\boxed{b = 1}$
 $\Rightarrow \boxed{a = 2}$
 $\boxed{b = 1}$

2) CONTINUITÀ:
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} a \cdot e^x + b = a + b$ $\Rightarrow \boxed{a + b = 1}$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{2e^x - 1} = \frac{1}{2 - 1} = 1$

DERIVABILITÀ:
 $f'(x) = \begin{cases} a e^x & x \leq 0 \\ \frac{-1(2e^x)}{(2e^x - 1)^2} = \frac{-2e^x}{(2e^x - 1)^2} & x > 0 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} a e^x = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \frac{-2}{1} = -2$$

$$\boxed{a = -2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{matrix} a = -2 \\ b = 3 \end{matrix}}$$