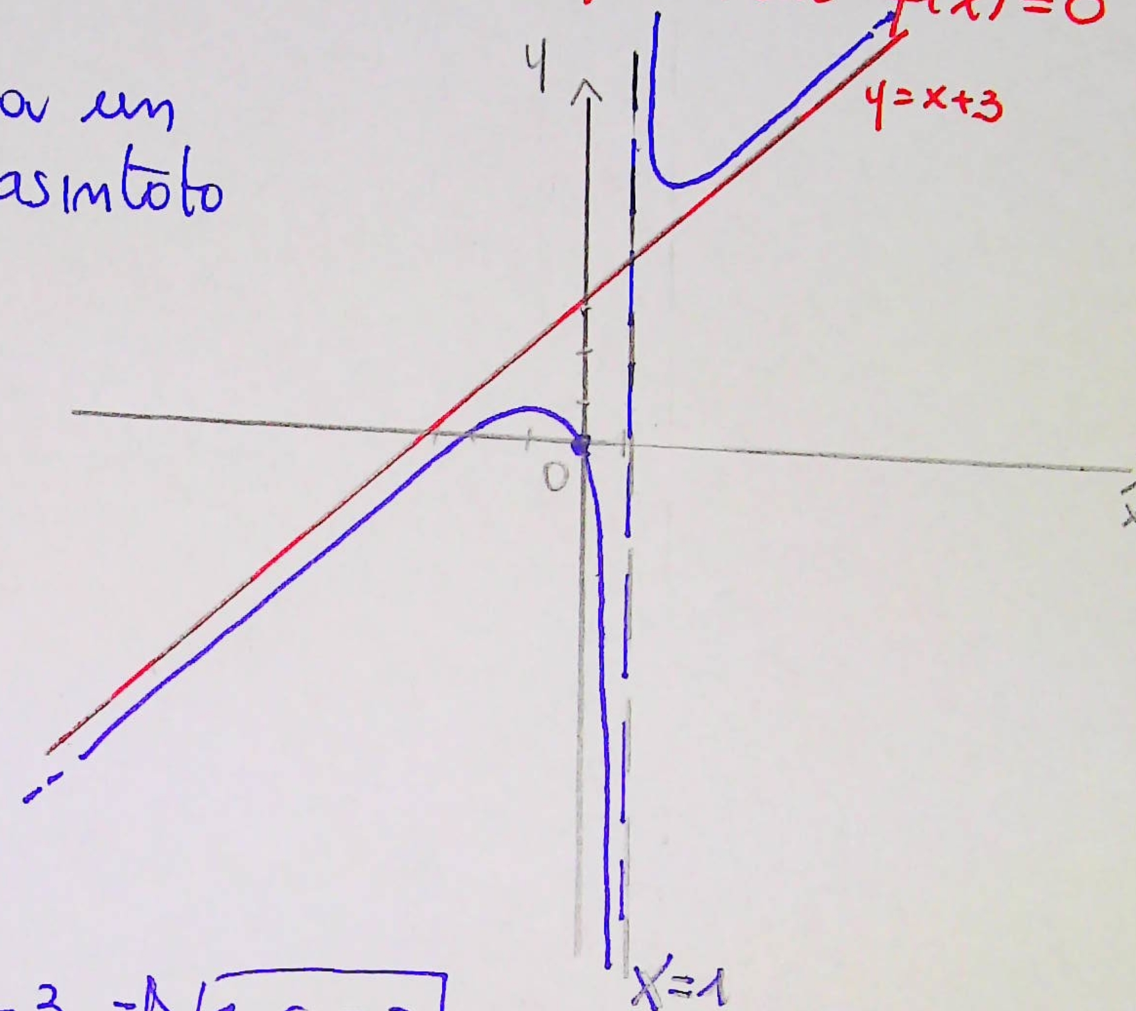
IL GRAFICO RAPPRESENTA $f(x) = \dfrac{x^2+ax}{bx+c}$ e i suoi ASINTOTI.

C

a) DETERMINA a, b, c.

b) DOMINIO di f e gli eventuali punti di discontinuità e relativa specie.

c) Stabilisci se è possibile applicare il teorema degli zeri in $[-3,-1]$ e $[-1,1]$, quindi risolvi l'equazione $f(x)=0$



a) La funzione passa per $(0,0)$; ha un asintoto verticale $x=1$ e un asintoto obliquo $y=x+3$;

ASINTOTO OBLIQUO $y=x+3$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+ax}{bx+c}\cdot\frac{1}{x} = 1 \Rightarrow$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+ax}{bx^2+cx} = 1 \Rightarrow \boxed{b=1}$$

$$q = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+ax}{x+c} - x = 3$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x^2}+ax-\cancel{x^2}-cx}{x+c} = \frac{(a-c)x}{x+c} = 3 \Rightarrow \boxed{a-c=3}$$

ASINTOTO VERTICALE $x=1$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+(c+3)x}{x+c} = \infty \Rightarrow \boxed{c=-1} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=-1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{x^2+2x}{x-1}$$

b) DOMINIO di f $\quad x-1\neq 0 \quad x\neq 1 \quad D: \mathbb{R}-\{1\}$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+2x}{x-1} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$ $x=1$ DISCONTINUITÀ 2ª SPECIE.

c) $f(x)$ in $[-3,-1]$ è continua

$$f(-3) = \frac{9-6}{-4} = \frac{3}{-4} < 0$$

$$f(-1) = \frac{1-2}{-2} = \frac{1}{2} > 0$$

segni opposti $\Rightarrow \exists\, c \,/\, f(c)=0$

$$\frac{x^2+2x}{x-1} = 0$$

$$x(x+2)=0$$

$$\boxed{\begin{matrix} x=0 \\ x=-2 \end{matrix}}$$

$[-1,1]$ non è continua in $x=1$