

STABILISCI SE ALLE SEGUENTI FUNZIONI È APPLICABILE IL TEOREMA
 DI ROLLE NELL'INTERVALLO INDICATO E IN CASO AFFERMATIVO DETERMINA
 I PUNTI DI CUI IL TEOREMA GARANTISCE L'ESISTENZA

$$y = \frac{x^2-4}{x^2+1} \quad [-2,2]; \quad y = \ln^2 x - 2 \ln x \quad [e^{-1}, e^3]; \quad y = \sqrt{x} - \frac{1}{2}x \quad [0,4]$$

① $y = \frac{x^2-4}{x^2+1}$ $D: \mathbb{R} \Rightarrow f(x)$ continua in $\mathbb{R} \rightarrow f(x)$ continua in $[-2,2]$

$$y' = \frac{2x(x^2+1) - (x^2-4) \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x(x^2+1 - x^2+4)}{(x^2+1)^2} = \frac{10x}{(x^2+1)^2} \quad D: \mathbb{R} \rightarrow f(x) \text{ derivabile in } (-2,2)$$

$$f(-2) = \frac{4-4}{5} = 0; \quad f(2) = 0 \quad f(-2) = f(2) \Rightarrow \text{esiste almeno}$$

$$\text{un pto } c \in (-2,2) / f'(c) = 0 \Rightarrow \frac{10c}{(c^2+1)^2} = 0 \quad \boxed{c=0}$$

② $y = \ln^2 x - 2 \ln x$ $D: (0, +\infty)$ continua $\Rightarrow$ continua in $[\frac{1}{e}, e^3]$

$$y' = 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} - \frac{2}{x} = \frac{2}{x} (\ln x - 1) \quad D: x > 0 \text{ derivabile } (\frac{1}{e}, e^3)$$

$$f(e^{-1}) = (\ln e^{-1})^2 - 2 \ln e^{-1} = (-1 \ln e)^2 + 2 \ln e = 1 + 2 = 3 \Rightarrow f(e^{-1})$$

$$f(e^3) = (\ln e^3)^2 - 2 \ln e^3 = (3 \ln e)^2 - 2(3) \ln e = 9 - 6 = 3 \quad f(e^3)$$

$$\Rightarrow \text{esiste } c / f'(c) = 0 \quad \frac{2}{c} (\ln c - 1) = 0 \quad \ln c = 1$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{c=e}$$

③ $y = \sqrt{x} - \frac{1}{2}x$ $D: [0, +\infty) \Rightarrow$ continua in $[0,4]$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2} \quad D: x > 0 \rightarrow \text{derivabile in } (0,4)$$

$$f(0) = 0 \quad f(4) = 2 - 2 = 0 \Rightarrow f(0) = f(4) \Rightarrow \exists \text{ almeno un}$$

$$\text{punto } c / f'(c) = 0 \quad \frac{1}{2\sqrt{c}} - \frac{1}{2} = 0 \quad \frac{1}{\sqrt{c}} = 1 \quad \sqrt{c} = 1 \quad \boxed{c=1}$$