**Logica** (2022-2023 – II semestre) - Compito **5 - Soluzioni**

(1) Tradurre le argomentazioni (A) e (B) proposte sotto nel linguaggio della logica del prim’ordine, mettendole in formato orizzontale, utilizzando lo schema di interpretazione fornito sotto e interpretando “è” come “=” quando appropriato (valore 1).

|  |  |
| --- | --- |
| * m: Moriarty * J: Jones * b: Brown * s: Superman * l : Luisa * c: Clark Kent | * Ix: x è indiziato * Cxy : x è complice di y * Dx: x è donna * S*xy* : *x* considera *y* uno stupido * Gx: x è giornalista |

(A) Al massimo un indiziato è complice di Moriarty. Jones e Brown sono indiziati che sono complici di Moriarty. Quindi, Jones è Brown.

∀x∀y (((Ix & Cxm) & (Iy & Cym)) → y = x)), (Ij & Cjm) & (Ib & Cbm) ├ j = b

(B) Nessuna donna considera Superman uno stupido. Luisa è una donna che considera Clark Kent uno stupido. Quindi, Clark Kent non è Superman

∼∃x(Dx & Sxs), Dl & Slc ├ ∼c = s oppure: ∀x(Dx → ∼Sxs), Dl & Slc ├ ∼c = s

(2) Utilizzando le traduzioni fornite nelle risposte all’esercizio (1), dimostrare con la deduzione naturale la validità delle argomentazioni (A) e (B) (valore 1).

(A)

1 ∀x∀y ((Ix & Cxm) & (Iy & Cym)) → y = x) A

2 (Ij & Cjm) & (Ib & Cbm) A

3 ∀y (((Ij & Cjm) & (Iy & Cym)) → y = j) 1∀E

4 ((Ij & Cjm) & (Ib & Cbm)) → b = j 3∀E

5 b = j 2, 4 →E

(B)

1 ∼∃x(Dx & Sxs) A

2 Dl & Slc A

3 ∀x ∼(Dx & Sxs) 1, SQ

4 ∀x (∼Dx v ∼Sxs) 3, DM (con formule aperte)

5 ∀x (Dx →∼Sxs) 4, IM (con formule aperte)

6 Dl →∼Sls 5, ∀E

7 Dl 2, &E

8 ∼Sls 6, 7 →E

9 c = s H (per ∼I)

10 Slc 2&E

11 Sls 9,10=E

12 Sls & ∼Sls 8, 11&I

13 ∼c = s 9-12 ∼I

1 ∀x (Dx →∼Sxs) A

2 Dl & Slc A

3 Dl →∼Sls 1∀E

4 Dl 2&E

5 ∼Sls 3, 4 →E

6 c = s H (per ∼I)

7 Slc 2&E

8 Sls 6,7=E

9 Sls & ∼Sls 5,8 &I

10 ∼c = s 6-9 ∼I

**BONUS (valore 1 punto)**

(3) Utilizzando lo schema di interpretazione fornito sopra tradurre i seguenti enunciati nel linguaggio della logica del prim’ordine con identità. Fornire due traduzioni, una che utilizza il simbolo, ‘ι’, per le descrizioni e un’altra che non lo utilizza (valore 0,5)

(C) La donna che considera Superman uno stupido è giornalista

Gιx (Dx & Sxs)

∃x (((Dx & Sxs) & ∀y ((Dy & Sys) → x = y)) & Gx)

(D) Il complice di Moriarty è Jones

ιx(Cxm) = j

∃x (((Cxm & ∀y (Cym → x = y)) & x = j)

4) Dimostrare con la deduzione naturale (valore 0,5):

~∃x(Gx & Hx), ∀x(Fx → Gx) ├ ∀x(Fx → ~Hx)

1 ~∃x(Gx & Hx) A

2 ∀x(Fx → Gx) A

3 ∀x ~(Gx & Hx) 1, SQ

4 ∀x (~Gx v ~Hx) 3 DM (con formule aperte)

5 ∀x (Gx → ~Hx) 4 IM (con formule aperte)

6 Fa → Ga 2, ∀E

7 Fa H(per →I)

8 Ga 6,7→E

9 Ga → ~Ha 5∀E

10 ~Ha 8,9→E

11 Fa→~Ha 7-10→I

12 ∀x(Fx → ~Hx) 11∀I