Esercitazione 2 - Soluzione

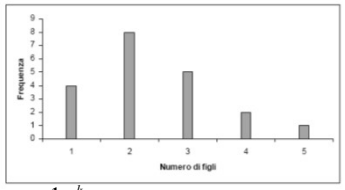
1.

Conviene ordinare i dati (soprattutto per la mediana) ottenendo

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5

I termini che vanno usati per la mediana, essendo la frequenza totale pari, sono n/2 = 10 e n/2+1 = 11. Le unità che occupano questi posti presentano modalità 2, quindi M_e =2. La moda è uguale a 2. Per la media si ha: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = 48/20 = 2{,}4$

Numero di figli (x_i)	Frequenze (n_i)	N_i	$x_i n_i$
1	4	4	4
2	8	12	16
3	5	17	15
4	2	19	8
5	1	20	5
Totale	20	-	48



Sulla base della distribuzione di frequenze $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = 48/20 = 2{,}4$

Per calcolare la mediana bisogna trovare la modalità *j* tale che $N_{j-1} < n/2 < N_j$; poichè *n* / 2 = 10, si ha *j* = 2 e quindi *m* = 2.

2.

c_{j-1}	c_j	n_j	x_j	$x_j n_j$	N_j
155	165	10	160	1600	10
165	170	20	167,5	3350	30
170	175	30	172,5	5175	60
175	180	25	177,5	4437,5	85
180	185	20	182,5	3650	105
185	195	9	190	1710	114
Totale		114		19922,5	

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = 19922{,}5/114 = 174{,}76$$

n/2 = 57 quindi $M_e = 170 + \frac{57-30}{30}5 = 174{,}5$

3.

c_{i-1}	c_i	n_i	x_i	$x_i n_i$	f_i	N_i	d_i	h_i
0,0	0,5	8	0,25	2	0,0007	8	0,5	0,0014
0,5	1,0	136	0,75	102	0,0127	144	0,5	0,0254
1,0	5,0	2997	3,00	8991	0,2793	3141	4,0	0,0698
5,0	10,0	2954	7,50	22155	0,2753	6095	5,0	0,0551
10,0	25,0	3189	17,50	55808	0,2972	9284	15,0	0,0198
25,0	50,0	1446	37,50	54225	0,1348	10730	25,0	0,0054
Totale		10730	-	141283	1	-	-	-

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = 141283/10730 = 13{,}167$$

n/2 = 5365 quindi $M_e = 5 + \frac{5365-3141}{2954}5 = 8{,}764$

n/4 = 2683,5 quindi $Q_1 = 1 + \frac{2683{,}5-144}{2997}4 = 4{,}389$

3*n*/4 = 8047,5 quindi $Q_3 = 10 + \frac{8047{,}5-6095}{3189}15 = 19{,}184$

La classe modale è quella cui compete la densità più elevata, quindi 1--5

4.

La rappresentazione più idonea è l'istogramma.

Ampiezza classe	2	2	1	1	1	2	2	
Densità classe	18,5	112	244	206	146	42	3	
Freq. relative	0,039	0,237	0,258	0,218	0,154	0,089	0,006	1
Freq. rel. Cum.	0,039	0,276	0,533	0,751	0,905	0,994	1,000	
Val. centr.Classe	3	5	6,5	7,5	8,5	10	12	
Freq*val.centr.	111	1120	1586	1545	1241	840	72	6515

Numero di studenti con punteggio compreso tra 6,5 e 7 = (7-6,5)/(7-6)*244 = 122

Numero di studenti con punteggio compreso tra 7 e 8 = 206

Numero di studenti con punteggio compreso tra 8 e 8,5 = (8,5-8)/(9-8)*146 = 73

Prop. di studenti con punteggio compreso tra 6,5 e 8,5 = (122+206+73)/947 = 0,423

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = 6515/947 = 6{,}88$$

$$M_e = 6 + \frac{0{,}5-0{,}276}{0{,}258}1 = 6{,}871$$

5.

$P_0 = 1.200$
$P_1 = P_0 + 0{,}1 \cdot P_0 = 1{,}1 \cdot P_0 = 1320$
$P_2 = P_1 + 0{,}15 \cdot P_1 = 1{,}15 \cdot P_1 = 1{,}15 \cdot 1{,}1 \cdot P_0 = 1518$
$P_3 = P_2 + 0{,}09 \cdot P_2 = 1{,}09 \cdot P_2 = 1{,}09 \cdot 1{,}15 \cdot 1{,}1 \cdot P_0 = 1654{,}62$

$$\bar{x}_g = \sqrt[3]{1{,}09 \cdot 1{,}15 \cdot 1{,}1} = 1{,}113$$

$$\ln(\bar{x}_g) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln(x_i) = \frac{1}{3}[\ln(1{,}1) + \ln(1{,}15) + \ln(1{,}09)] =$$

$$= \frac{1}{3}[0{,}09531 + 0{,}139762 + 0{,}086178] = \frac{1}{3}0{,}32125 = 0{,}107083$$

$$\bar{x}_g = \exp[\ln(\bar{x}_g)] = \exp[0{,}107083] = 1{,}113$$

6.

Coltivazione	Produzione per ettaro	Superficie	Produzione totale
Albicocche	131	16	2096
Ciliege	60	24	1440
Pesche	139	78	10842
Nettarine	127	27	3429
Totale		145	17807

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = 17807 / 145 = 122{,}81$$