Esercitazione 6 - Soluzione

1.

$X = \{\text{Salario del settore economico considerato}\}$
 $X = N(45 ; 5^2)$

- a) $P(X < 40) = P(Z < -1) = 0,1587$
 b) Per la media campionaria di un campione di 20 impiegati si ha:

$$P(\bar{X} < 40) = P\left(Z < \frac{40 - 45}{\sqrt{\frac{5^2}{20}}}\right) = P(Z < -4,47) \approx 0$$

- c) Per la media campionaria di un campione di 60 impiegati si ha:

$$P(\bar{X} < 40) = P\left(Z < \frac{40 - 45}{\sqrt{\frac{5^2}{60}}}\right) = P(Z < -7,75) \approx 0$$

2.

$X = \{\text{Fatturato annuo in migliaia di euro}\}$
 $X = N(100 ; 625)$

- a) E' più probabile osservare valori inferiori a 90, poiché la media campionaria è centrata in 100 e quindi la coda alla sinistra di 90 è maggiore della coda alla destra di 115. Verifica empirica:

$$P(\bar{X} < 90) = P\left(Z < \frac{90 - 100}{\sqrt{\frac{625}{9}}}\right) = P(Z < -1,20) = 0,1151$$

$$P(\bar{X} > 115) = P\left(Z > \frac{115 - 100}{\sqrt{\frac{625}{9}}}\right) = P(Z > 1,80) = 0,0359$$

- b) La probabilità di osservare valori estremi (maggiori di 115) diminuisce perché al crescere della numerosità campionaria la distribuzione della media campionaria diventa sempre più concentrata intorno alla sua media 100. Verifica empirica:

$$P(\bar{X} > 115) = P\left(Z > \frac{115 - 100}{\sqrt{\frac{625}{25}}}\right) = P(Z > 3,00) = 0,0014$$

- c) Si ha:

$$\sqrt{\frac{625}{n}} = 2,5 \Rightarrow n = \frac{625}{2,5^2} = 100$$

3.

Indichiamo con X la variabile aleatoria bernoulliana che assume valore 1 se l'intervistato è interessato alla proposta e 0 altrimenti. Il parametro di questa distribuzione coincide con la sua media: $\pi = 0,05$.

- a) La quota di interessati calcolata sul campione ha valore atteso pari al parametro della popolazione, quindi 0,05.
 b) Essendo la numerosità campionaria sufficientemente elevata, la frazione degli interessati può assumersi distribuita come una

$$N\left(\pi; \frac{\pi(1-\pi)}{n}\right) = N(0,05; 0,000396)$$

- c) Si ha:

$$P(\bar{X} > 0,08) = P\left(Z > \frac{0,08 - 0,05}{\sqrt{\frac{0,05(1-0,05)}{120}}}\right) = P(Z > 1,51) = 0,0658$$

4.

Indichiamo con X la variabile aleatoria bernoulliana che assume valore 1 se l'intervistato è favorevole al provvedimento e 0 altrimenti.

- a) La quota di favorevoli calcolata sul campione ha valore atteso pari al parametro della popolazione, quindi π .
 b) La varianza della statistica quota campionaria è pari alla varianza della popolazione divisa per la numerosità campionaria, quindi $\pi(1-\pi)/n$.
 c) Essendo il campione sufficientemente grande, la quota campionaria si distribuisce come:

$$N\left(\pi; \frac{\pi(1-\pi)}{n}\right)$$

- d) Si ha

$$P(\bar{X} < 0,30) = P\left(Z < \frac{0,30 - 0,35}{\sqrt{\frac{0,35(1-0,35)}{100}}}\right) = P(Z < -1,05) = 0,1473$$