Esercitazione 8 - Soluzione

1. Dall'esercitazione 5 sappiamo che la concentrazione media di zinco nel campione di $n = 12$ pesci è pari a 9,188, mentre la varianza campionaria è pari a 1,386.

a) Sia $H_0: \mu = 10$ e $H_1: \mu \neq 10$ al livello $\alpha = 0,1$. La statistica test

$$t = \frac{9,188 - 10}{\sqrt{1,386/12}} = -2,39$$

deve essere confrontata con il valore critico $t_{0,05} = 1,796$. Essendo $|t| > t_{0,05}$ si rifiuta H_0 al livello $\alpha = 0,1$.

b) Il livello di significatività osservato si calcola come segue:

$$p\text{-value} = 2P(Z > |t|) = 2P(Z > |-2,39|) = 0,0168$$

2. Il consumo medio mensile di gas (in Kw) per il campione di famiglie del comune di Perugia e la varianza campionaria sono le seguenti:

$$\bar{x} = 479,77 \quad s^2 = 59181,34$$

a) Sia $H_0: \mu = 400$ e $H_1: \mu > 400$ al livello $\alpha = 0,05$. La statistica test

$$t = \frac{479,77 - 400}{\sqrt{59181,34/173}} = 4,31$$

Essendo n sufficientemente grande, il livello di significatività osservato si calcola come segue:

$$p\text{-value} = P(Z > 4,31) \approx 0$$

b) La potenza del test per il sistema d'ipotesi di cui al punto precedente con $\sigma = 200$ e per un valore sotto ipotesi alternativa $\mu_1 = 500$, è:

$$\text{potenza} = P(R | H_1) = P\left(Z > z_\alpha - \frac{(\mu_1 - \mu_0)}{\sqrt{\sigma^2/n}}\right) =$$

$$1 - \Phi\left(z_\alpha - \frac{(\mu_1 - \mu_0)}{\sqrt{\sigma^2/n}}\right) = 1 - \Phi\left(1,645 - \frac{(500 - 400)}{\sqrt{200^2/173}}\right) = 1 - \Phi(-4,93) \approx 1$$

3.

a) Si vuole verificare $H_0: \mu = 60$ e $H_1: \mu < 60$ al livello $\alpha = 0,01$. La statistica test è:

$$t = \frac{52,54 - 60}{\sqrt{450,43/84}} = -3,22$$

e deve essere confrontata con il valore critico $-z_{0,01} = -2,326$.

Essendo $t < -z_{0,01}$ si rifiuta H_0 al livello $\alpha = 0,01$.

b) Si vuole verificare $H_0: \sigma^2 = 500$ e $H_1: \sigma^2 \neq 500$ al livello $\alpha = 0,05$. La statistica test è:

$$t = \frac{(84 - 1)450,43}{500} = 74,77$$

e deve essere confrontata con i valori critici $\chi_{0,975} = 57,75$ e $\chi_{0,025} = 108,25$. La statistica test cade all'interno di questi due valori: non si può rifiutare H_0 al livello $\alpha = 0,05$.

4.

Si vuole verificare $H_0: \pi = 0,70$ e $H_1: \pi > 0,70$ al livello $\alpha = 0,01$. La statistica test è:

$$z = \frac{0,8216 - 0,7}{\sqrt{0,7(1 - 0,7)/398}} = 5,294$$

Essendo $Z > z_{0,01} = 2,326$, si rifiuta H_0 al livello $\alpha = 0,01$.

5.

a) Per il fatturato si ottiene $\bar{x} = 63,025$ $s^2 = 1461,628$. Si vuole verificare $H_0: \mu = 60$ e $H_1: \mu > 60$ al livello $\alpha = 0,01$. La statistica test è:

$$t = \frac{63,025 - 60}{\sqrt{1461,628/400}} = 1,58$$

Essendo $Z < z_{0,01} = 2,326$, non si può rifiutare H_0 al livello $\alpha = 0,01$.

b) La potenza del test per il sistema d'ipotesi di cui al punto precedente con $\sigma^2 = 1600$ e per un valore sotto ipotesi alternativa $\mu_1 = 65$, è:

$$\text{potenza} = P(R | H_1) = P\left(Z > z_\alpha - \frac{(\mu_1 - \mu_0)}{\sqrt{\sigma^2/n}}\right) =$$

$$1 - \Phi\left(z_\alpha - \frac{(\mu_1 - \mu_0)}{\sqrt{\sigma^2/n}}\right) = 1 - \Phi\left(2,326 - \frac{(65 - 60)}{\sqrt{1600/400}}\right) = 1 - \Phi(-0,174) = 0,5691$$

c) La proporzione di imprese con consumo di energia inferiore a 5, tra quelle con fatturato < 50 , è pari a $38/162 = 0,2346$. Si vuole verificare $H_0: \pi = 0,2$ e $H_1: \pi > 0,2$ al livello $\alpha = 0,05$. La statistica test è:

$$z = \frac{0,2346 - 0,2}{\sqrt{0,2(1 - 0,2)/162}} = 1,1$$

Essendo $Z < z_{0,05} = 1,645$, non si può rifiutare H_0 al livello $\alpha = 0,05$.