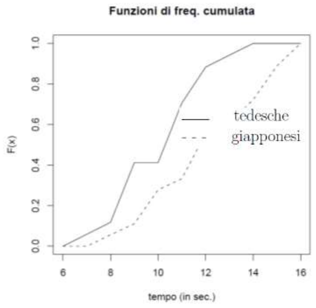
Esercitazione 1 - Soluzione

1.

a) Per fare un confronto tra le due distribuzioni di frequenza, costruiamo le funzioni di frequenza relativa cumulata per i due gruppi di auto. Poiché il tempo è una variabile continua, le due funzioni sono rappresentate da due spezzate. Poiché F(x) per le auto tedesche si colloca al di sopra di F(x) per le auto giapponesi, possiamo concludere che il tempo per raggiungere i 100 km/h delle auto tedesche è stocasticamente minore di quello per le auto giapponesi. Le auto tedesche hanno quindi una migliore accelerazione.

Tempo (secondi)	Auto tedesche F_j	Auto giapponesi F_j
6 ⊣ 7	1/17=0,059	0
7 ⊣ 8	2/17=0,118	1/18=0,056
8 ⊣ 9	7/17=0,412	2/18=0,111
9 ⊣ 10	0,412	0,278
10 ⊣ 11	0,706	0,333
11 ⊣ 12	0,883	0,556
12 ⊣ 13	0,942	0,611
13 ⊣ 14	1	0,722
14 ⊣ 15	1	0,889
15 ⊣ 16	1	1



b) Indicata con $F_T(x)$ la funzione di frequenza cumulata per le automobili tedesche, la percentuale richiesta può essere ottenuta da

$$F_T(10,2) - F_T(7,5)$$

Sotto ipotesi di uniformità,

$$F_T(10,2) = 0,412 + \frac{0,706 - 0,412}{11 - 10}(10,2 - 10) = 0,4708$$

e

$$F_T(7,5) = 0,059 + \frac{0,118 - 0,059}{8 - 7}(7,5 - 7) = 0,0885$$

Allora, la percentuale richiesta è 47,08%-8,85%=38,23%.

c) Guardando le frequenze relative cumulate si vede che questo valore cade nella classe 10 ⊣ 11 ($F_T(10)$ = 0, 41 e $F_T(11)$ = 0, 706). In tale classe

$$F_T(x) = 0,412 + \frac{0,706 - 0,412}{11 - 10}(x - 10)$$

Ponendo $F_T(x)$ = 0,6 e risolvendo rispetto a x si ottiene,

$$0,6 = 0,412 + \frac{0,706 - 0,412}{11 - 10}(x - 10)$$

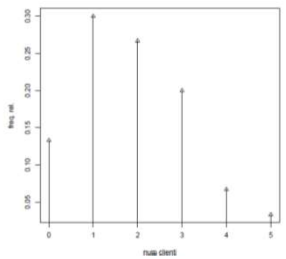
$$x = 10 + \frac{0,6 - 0,412}{0,706 - 0,412}$$

ossia, x=10,64 secondi.

2.

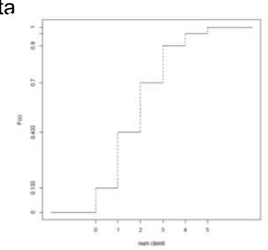
a) La variabile osservata è data dal numero di clienti che hanno effettuato un acquisto tra le 9 e le 10; si tratta di una variabile discreta (con poche modalità) per la quale uno strumento grafico adeguato è rappresentato dal diagramma a barre. Costruiamo la tabella delle frequenze a partire dai dati grezzi:

Num clienti	n_j	f_j
0	4	4/30=0,133
1	9	9/30=0,3
2	8	8/30=0,267
3	6	6/30=0,2
4	2	2/30=0,067
5	1	1/30=0,03
ToT	30	1



b) Costruire la funzione di frequenza cumulata

Num clienti	f_j	F_j
0	0,133	0,133
1	0,3	0,433
2	0,267	0,7
3	0,2	0,9
4	0,067	0,967
5	0,03	1



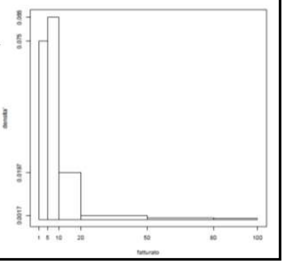
c) La frequenza richiesta è (9+8+6)/30=0,3+0,267+0,2=0,767

d) La frequenza richiesta è 0,267+0,2+0,067+0,033=0,567 ottenibile anche da “1 - freq. relativa dei giorni con un numero di clienti minore o uguale a 1”, ossia 1-F(1)=1-0,433=0,567

3.

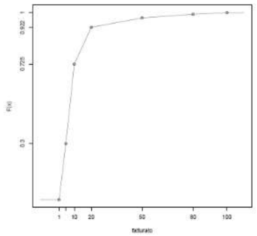
a) La variabile osservata è il fatturato. Si tratta di una variabile quantitativa continua, pertanto uno strumento grafico adeguato è l'istogramma. Poiché le classi della variabile "Fatturato" non hanno uguale ampiezza, l'altezza dei rettangoli è data dalla densità di frequenza. Costruiamo la tabella con le densità di frequenza relativa di ciascuna classe (l'ultima classe è stata chiusa a 100).

Fatturato	f_j	Ampiezza (ω_j)	densita' (f_j/ω_j)
$1 \vdash 5$	180/600=0,3	4	0,3/4=0,075
$5 \vdash 10$	255/600=0,425	5	0,425/5=0,085
$10 \vdash 20$	118/600=0,197	10	0,197/10=0,0197
$20 \vdash 50$	30/600=0,05	30	0,05/30=0,0017
$50 \vdash 80$	12/600=0,02	30	0,02/30=0,0007
$80 \vdash 100$	5/600=0,008	20	0,008/20=0,0004



b) Essendo il fatturato una variabile continua, sotto ipotesi di uniformità, la funzione di frequenza cumulata è una spezzata che collega i punti aventi per coordinate gli estremi delle classi e le corrispondenti frequenze relative cumulate. Costruiamo la tabella delle frequenze relative cumulate:

Fatturato	f_j	F_j
$1 \vdash 5$	0,3	0,3
$5 \vdash 10$	0,425	0,725
$10 \vdash 20$	0,197	0,922
$20 \vdash 50$	0,05	0,972
$50 \vdash 80$	0,02	0,992
$80 \vdash 100$	0,008	1



c) La percentuale richiesta può essere ottenuta da

$$F(60) - F(15)$$

Sotto ipotesi di uniformità,

$$F(60) = 0,972 + \frac{0,992 - 0,972}{80 - 50}(60 - 50) = 0,979$$

$$F(15) = 0,725 + \frac{0,922 - 0,725}{20 - 10}(15 - 10) = 0,823$$

e quindi F(60) − F(15) = 0,156, ossia il 15,6%.

d) La percentuale richiesta è

$$F(26) = 0,922 + \frac{0,972 - 0,922}{50 - 20}(26 - 20) = 0,932 = 93,2\%$$