Caso studio 7

L'OCSE e la diseguaglianza: a che punto è la notte?
Di Stefano Perri (Articolo disponibile qui: http://www.economiaepolitica.it/primo-piano/locse-e-la-diseguaglianza-a-che-punto-e-la-notte/)

1. Dopo la ricerca del 2008 *Growing Unequal*[1], veramente utile nell'evidenziare come lo sviluppo economico nei paesi sviluppati sia stato negli ultimi decenni caratterizzato da un crescere delle diseguaglianze, l'OCSE è ritornata recentemente su questo problema con il Forum tenuto a Parigi il 2 Maggio del 2011[2].

Purtroppo i dati aggiornati sullo stato delle diseguaglianze non sono ancora disponibili nel sito dell'OCSE. Tuttavia alcune interessanti considerazioni possono essere già svolte.

L'OCSE conferma che i dati fino al 2008, cioè prima che gli effetti della crisi fossero evidenti, mostrano un trend di crescita delle diseguaglianze nella distribuzione del reddito nella maggior parte dei paesi sviluppati.

Ad esempio 19 paesi dell'OCSE hanno visto dalla metà degli anni ottanta fino al 2008 il reddito reale disponibile del decile più povero della popolazione crescere ad un tasso molto inferiore rispetto al decile più ricco (in due paesi, Israele e Giappone, il reddito del decile più povero addirittura diminuisce in termini reali). Solo in 8 paesi, tra cui la Francia, il reddito del decile più povero è cresciuto ad un tasso più alto di quello più ricco. Impressionante in questa classifica è la performance di paesi in cui la distribuzione del reddito è tradizionalmente meno sperequata: in Svezia il tasso di crescita del reddito del decile più ricco è stato in questo arco di tempo 6 volte più alto del tasso di crescita del decile più povero (2,4 % contro lo 0,4%) in Germania addirittura 16 volte più alto (1,6% contro lo 0,1%). Anche l'Italia non brilla in questo confronto: i più ricchi hanno infatti visto i loro redditi crescere ad un tasso 5,5 volte più alto di quello relativo ai redditi dei più poveri (1,1% contro lo 0,2%). In questa triste classifica l'Italia giunge quindi terza dopo la Germania e la Svezia, se si escludono i due paesi in cui il reddito reale del decile più povero diminuisce. Occorre però ricordare che, in contrasto con la Germania e la Svezia, la diseguaglianza nella distribuzione del reddito di partenza era molto più alta in Italia.

2. La diseguaglianza nella distribuzione del reddito, come noto, è calcolata attraverso l'indice di concentrazione di Gini, che assume un valore tra 0 e 1. Il valore pari a 0 indica che il reddito è distribuito in modo del tutto egualitario (caso estremo di equidistribuzione), mentre l'indice uguale a 1 indica il massimo della diseguaglianza (una famiglia riceve tutto il reddito, mentre le altre non ricevono nulla, caso estremo di massima concentrazione).

Concentrazione

- Nello studio della distribuzione della ricchezza, è di fondamentale importanza l'aspetto della ***concentrazione***. Intuitivamente, la concentrazione è elevata quando poche unità della popolazione possiedono gran parte della ricchezza. La concentrazione è minima (equidistribuzione) quando tutte le unità hanno la stessa ricchezza.

- Un carattere *quantitativo trasferibile*, le cui modalità ordinate sono $x_1,\ldots,x_n$, si dice ***equidistribuito*** se ognuna delle n unità possiede una quota dell'ammontare del carattere pari a

$$\frac{1}{n}A \quad \text{dove} \quad A=\sum_{i=1}^{n} x_n$$

che coincide con la media aritmetica $\bar{x}$.

2

- Se non c'è *equidistribuzione* allora si ha ***concentrazione***.

- Si ha ***massima concentrazione*** quando una sola unità del collettivo possiede tutto l'ammontare del carattere e tutte le altre nulla, cioè

$$x_1=\cdots=x_{n-1}=0 \quad e \quad x_n=A$$

- **Esempio**: si hanno 100 soggetti e l'ammontare complessivo del reddito mensile è A = 50.000€. Se c'è equidistribuzione ogni soggetto ha reddito pari a 500€ mentre nel caso di massima concentrazione un solo soggetto ha reddito pari a 50.000€ e gli altri soggetti non hanno reddito.

3

Misurazione della concentrazione (distribuzione unitaria)

- **Ammontare del carattere** posseduto dalle i unità "più povere" dopo aver ordinato i termini della distribuzione ($x_1 \le x_2 \le \ldots \le x_n$)

$$A_i=x_1+x_2+\cdots+x_i=\sum_{j=1}^{i} x_j$$

- **Ammontare relativo del carattere** posseduto dalle i unità "più povere"

$$Q_i=\frac{A_i}{A}=\sum_{j=1}^{i} x_j \Big/ \sum_{j=1}^{n} x_j$$

- **Ammontare relativo del carattere** posseduto dalla i unità "più povere" nel caso (*ipotetico*) di *equidistribuzione*:

$$F_i=i/n$$

- Per *qualsiasi distribuzione* si ha: $F_i \ge Q_i, \quad \forall i \quad e \quad F_n=Q_n=1$

- All'aumentare della concentrazione aumentano le differenze: F_i-Q_i

- Nel caso di *massima concentrazione* si ha: $Q_1=Q_2=\cdots=Q_{n-1}=0$

4

- Come indice sintetico si usa il ***rapporto di concentrazione di Gini*** che si ottiene come rapporto tra $\sum_{i=1}^{n-1}(F_i - Q_i)$ e il suo valore massimo:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{n-1}(F_i - Q_i)}{\sum_{i=1}^{n-1}F_i} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n-1}Q_i}{\sum_{i=1}^{n-1}F_i}$$

- L'indice di Gini cresce al crescere del livello di concentrazione ed è sempre compreso tra 0 (nel caso di *equidistribuzione*) e 1 (nel caso di *massima concentrazione*).

- Un altro strumento che permette di valutare il grado di concentrazione è la ***curva di Lorenz***. Si tratta di un grafico ottenuto unendo con dei segmenti i punti di coordinate (F_i , Q_i), per $i = 1,\ldots,n$. Maggiore è l'area tra la curva di Lorenz e la bisettrice, maggiore è la concentrazione.

Esempio

- Per un gruppo di 5 soggetti si ha la seguente distribuzione del reddito mensile

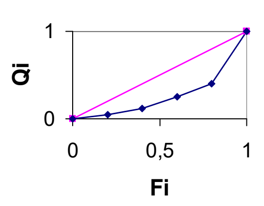
Unità (i)	Reddito (x_i)
1	250
2	650
3	3000
4	750
5	350
Totale	5000

- Non c'è equidistribuzione e quindi c'è concentrazione. Per quantificarne il livello si ordinano prima le modalità ottenendo

Reddito (x_i)	A_i	Q_i	F_i	F_i-Q_i
250	250	0,05	0,2	0,15
350	600	0,12	0,4	0,28
650	1250	0,25	0,6	0,35
750	2000	0,40	0,8	0,40
3000	5000	1,00	$\cancel{1}$	$\cancel{0,00}$
5000	--	--	2	1,18

da cui l'indice di Gini è pari a R =1,18/ 2 = 0,59

Curva di Lorenz



Esempio
(estratto dall'articolo nel Caso Studio 7)

Il grado di diseguaglianza nella distribuzione del reddito è ovviamente diverso se calcolato sui redditi del mercato (prima delle tasse e dei trasferimenti), o sui redditi disponibili, dopo che le tasse che i cittadini pagano allo stato e i trasferimenti dello stato ai cittadini sono stati effettuati.

Il primo indice offre infatti utili elementi per comprendere la struttura del mercato e della distribuzione ad essa legata nei diversi paesi. La differenza tra i due è quindi una buona *proxy* dell'efficacia dell'azione redistributiva operata dallo stato nell'attenuare la diseguaglianza.

INDICE GINI				
	Base di calcolo: Redditi di mercato	Base di calcolo: Redditi disponibili	Differenza assoluta	Variazione percentuale
France	0.48	0.28	0.2	-42%
Germany	0.51	0.3	0.21	-41%
Japan	0.44	0.32	0.12	-27%
United Kingdom	0.46	0.34	0.12	-26%
Italy	0.56	0.35	0.21	-38%
United States	0.46	0.38	0.08	-17%

Esercizio

Di seguito si riporta la serie degli arrivi turistici nelle strutture ricettive a carattere alberghiero in alcune regioni italiane (Fonte: ISTAT, Movimento dei clienti negli esercizi ricettivi - Anno 2005):

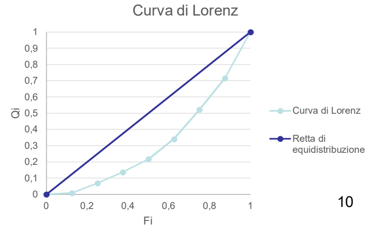
Regione	Emilia-Romagna	Toscana	Umbria	Marche	Lazio	Abruzzo	Molise	Campania
Arrivi	6118	4198	1455	1736	3884	1323	183	2664

1. Si rappresenti graficamente la curva di concentrazione degli arrivi e si calcoli l'indice di concentrazione di Gini, commentando poi i risultati ottenuti.
2. Quale dovrebbe essere il numero di arrivi in ogni regione nel caso di equidistribuzione?

Regione	Arrivi	A_i	Q_i	F_i	F_i-Q_i
Molise	183	183	0,00849	0,125	0,11651
Abruzzo	1323	1506	0,06985	0,25	0,18015
Umbria	1455	2961	0,13733	0,375	0,23767
Marche	1736	4697	0,21785	0,5	0,28215
Campania	2664	7361	0,34140	0,625	0,28360
Lazio	3884	11245	0,52154	0,75	0,22846
Toscana	4198	15443	0,71625	0,875	0,15875
Emilia	6118	21561	1,00000	~~1~~	~~0,00000~~
Totale	21561			3,5	1,48729

R = 1,48729/3,5 = 0,42

Numero di arrivi in caso di equidistribuzione = 21561 / 8 = 2695,1



Esercizio

La tabella che segue riporta i dati relativi alle 8 aziende agricole della provincia di Perugia, che hanno partecipato ad un bando per l'assegnazione di contributi da parte dell'Unione Europea, limitatamente al carattere Fatturato annuo (in migliaia di Euro).

I.D. azienda	1	4	6	7	8	11	13	14
Fatturato	5,1	14,7	8,9	11,3	4,5	7,0	8,1	12,6

1. Si rappresenti graficamente la curva di concentrazione del fatturato e si calcoli l'indice di concentrazione di Gini, commentando poi i risultati ottenuti.
2. Quale dovrebbe essere il fatturato di ogni azienda nel caso di equidistribuzione?

Misurazione della concentrazione (distribuzione di frequenze)

- **Ammontare del carattere** posseduto dalle unità "più povere" (ossia quelle che possiedono un ammontare $\leq x_j$)

$$A_j = x_1 n_1 + x_2 n_2 + \cdots + x_j n_j = \sum_{i=1}^{j} x_i n_i$$

- **Ammontare relativo del carattere** posseduto dalle unità con ammontare $\leq x_j$

$$Q_j = \frac{A_j}{A} = \sum_{i=1}^{j} x_i n_i \Big/ \sum_{i=1}^{K} x_i n_i$$

- **Ammontare relativo del carattere** posseduto dalla unità con ammontare $\leq x_j$ nel caso (*ipotetico*) di *equidistribuzione*:

$$F_j = \frac{N_j}{n}$$

- Un'approssimazione del ***rapporto di concentrazione*** si ottiene in questo caso come

$$R = 1 - \sum_{j=0}^{K-1} (F_{j+1} - F_j)(Q_{j+1} + Q_j)$$

in cui F_0 e Q_0 sono state poste per convenzione uguali a zero.

Esempio

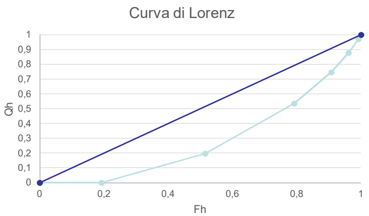
Le aziende di una certa provincia e di un certo settore sono state classificate per numero di addetti:

Numero addetti	Numero aziende
0	25
1	42
2	36
3	15
4	7
5	4
6	1

1. Si rappresenti graficamente la curva di concentrazione del reddito e si calcoli l'indice di concentrazione di Gini, commentando poi i risultati ottenuti.
2. Si calcoli il numero di addetti del decile più piccolo di imprese e il numero di addetti del decile più grande di imprese.
3. Quale dovrebbe essere il numero di addetti di ciascun impresa nel caso di equidistribuzione?

Numero addetti	Numero aziende	$x_j n_j$	A_j	Q_j	N_j	F_j	$F_{j+1}-F_j$	$Q_{j+1}+Q_j$	$(F_{j+1}-F_j)(Q_{j+1}+Q_j)$
0	25	0	0	0	25	0,1923	0,1923	0	0
1	42	42	42	0,1972	67	0,5154	0,3231	0,1972	0,0637
2	36	72	114	0,5352	103	0,7923	0,2769	0,7324	0,2028
3	15	45	159	0,7465	118	0,9077	0,1154	1,2817	0,1479
4	7	28	187	0,8779	125	0,9615	0,0538	1,6244	0,0875
5	4	20	207	0,9718	129	0,9923	0,0308	1,8498	0,0569
6	1	6	213	1	130	1	0,0077	1,9718	0,0152
Totale	**130**	**213**							**0,5740**

1. R=1-0,574=0,426. Si osserva un discreto grado di concentrazione degli addetti per azienda.
2. D_1 = 0, D_9 = 3.
3. Numero di addetti in caso di equidistribuzione = 213/130=1,638.



Esercizio

Per un gruppo di 100 soggetti si ha la seguente distribuzione del reddito:

Reddito	200	250	400	550	750
Individui	30	25	20	10	15

1. Si rappresenti graficamente la curva di concentrazione del reddito e si calcoli l'indice di concentrazione di Gini, commentando poi i risultati ottenuti.
2. Si calcoli il reddito del decile più povero del collettivo e il reddito del decile più ricco del collettivo.
3. Quale dovrebbe essere il reddito di ciascun individuo nel caso di equidistribuzione?

Misurazione della concentrazione (distribuzione in classi)

- **Ammontare del carattere** posseduto dalle j classi "più povere"

$$A_j = \bar{x}_1 n_1 + \bar{x}_2 n_2 + \cdots + \bar{x}_j n_j = \sum_{i=1}^{j} \bar{x}_i n_i$$

dove abbiamo fatto l'ipotesi di uniforme distribuzione del carattere all'interno della classe e usato il valore centrale della classe

- **Ammontare relativo del carattere** posseduto dalle j classi "più povere"

$$Q_j = \frac{A_j}{A} = \sum_{i=1}^{j} \bar{x}_i n_i \Big/ \sum_{i=1}^{K} \bar{x}_i n_i$$

- **Ammontare relativo del carattere** posseduto dalle j classi "più povere" nel caso (*ipotetico*) di *equidistribuzione*:

$$F_j = N_j / n$$

- Un'approssimazione del ***rapporto di concentrazione*** si ottiene in questo caso come

$$R = 1 - \sum_{j=0}^{K-1} (F_{j+1} - F_j)(Q_{j+1} + Q_j)$$

in cui F_0 e Q_0 sono state poste per convenzione uguali a zero.

- Se si ha a disposizione l'ammontare delle classi, questo viene utilizzato al posto dell'ammontare approssimato $\bar{x}_j n_j$

Esempio

Fatturato	Freq. (n_j)	$\bar{x}_j$	$\bar{x}_j n_j$	A_j	Q_j	N_j	F_j
0-1	144	0,5	72	72	0,0113	144	0,158
1-5	457	3	1371	1443	0,2264	601	0,660
5-10	171	7,5	1282,5	2725,5	0,4277	772	0,847
10-25	112	17,5	1960	4685,5	0,7352	884	0,970
25-100	27	62,5	1687,5	6373	1	911	1

$$R = 1 - \sum_{j=0}^{K-1} (F_{j+1} - F_j)(Q_{j+1} + Q_j) =$$

$$1 - 0{,}158 \cdot 0{,}0113 - (0{,}660 - 0{,}158)(0{,}0113 + 0{,}2264) - \ldots = 0{,}562$$

Esercizio

La seguente tabella presenta la distribuzione dei comuni marchigiani per classi di ampiezza demografica:

Ampiezza demografica (in migliaia)	Numero di comuni
Meno di 1	48
1-2	49
2-5	76
5-30	54
Oltre 30	12
Totale	**239**

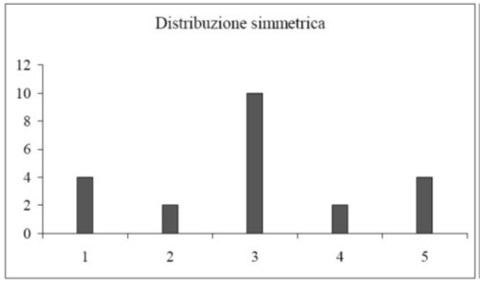
1. Calcolare il rapporto di concentrazione della popolazione nei comuni marchigiani e rappresentare la spezzata di Lorenz.
2. Si calcoli l'ampiezza mediana.
3. Quale dovrebbe essere il numero residenti di ciascun comune nel caso di equidistribuzione?

Asimmetria

- Una distribuzione di frequenza con *mediana* M_e è ***simmetrica*** se:

➢ $|x_1 - M_e| = |x_k - M_e|, \quad |x_2 - M_e| = |x_{k-1} - M_e|, \quad |x_3 - M_e| = |x_{k-2} - M_e|, \ \ldots$

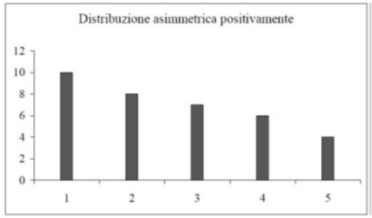
➢ $n_1 = n_k, \quad n_2 = n_{k-1}, \quad n_3 = n_{k-2}, \quad \ldots$

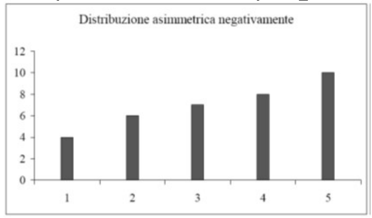


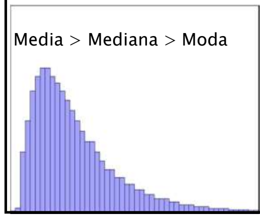
- Una distribuzione si dice ***asimmetrica*** se le condizioni precedenti non sono rispettate. In particolare, si può avere

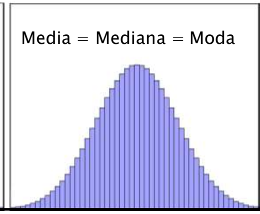
➢ ***Asimmetria positiva***: sono più frequenti le modalità più piccole;

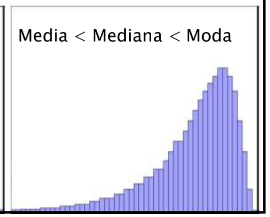
➢ ***Asimmetria negativa***: sono più frequenti le modalità più grandi.











Misurazione dell'asimmetria

- *L'indice di asimmetria* più utilizzato è quello di *Fisher*:

$$\beta_1 = \frac{1}{\sigma^3}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^3 n_i\right]$$

- Si noti che se la distribuzione di frequenza è simmetrica si ha:

$$M_e - Q_1 = Q_3 - M_e$$

e quindi si può costruire un indice di asimmetria basato su statistiche d'ordine:

$$\beta_2 = \frac{(Q_3 - M_e) - (M_e - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$$

- Usualmente, quando gli indici sono maggiori di 0 si ha asimmetria positiva e quando sono negativi si ha asimmetria negativa.

- Per la prima distribuzione del numero di figli per un collettivo di 25 famiglie, che ha media 2,04 e deviazione standard 0,871 si ha:

Popolazione 1

N. Figli (x_i)	Frequenze (n_i)	$(x_i - \bar{x})^3 n_i$
0	1	-8,4897
1	4	-4,4995
2	15	-0,0010
3	3	2,6542
4	2	15,0591
Totale	25	4,7232

$$\beta_1 = \frac{1}{0{,}871^3}\left(\frac{4{,}7232}{25}\right) = 0{,}286$$

Esercizio

La seguente tabella presenta la distribuzione dei comuni marchigiani per classi di ampiezza demografica:

Ampiezza demografica (in migliaia)	Numero di comuni
Meno di 1	48
1-2	49
2-5	76
5-30	54
Oltre 30	12
Totale	**239**

1. Calcolare l'indice di asimmetria di Fisher.
2. Calcolare l'indice di asimmetria basato sulle statistiche d'ordine.

Dove e come studiare

- Libro di testo: S. Borra, A. Di Ciaccio (2014), Cap. 4 (escluso paragrafo 4.8)
- Svolgere 'Esercitazione 3', esclusivamente esercizi 1, 4, 6.
- Svolgere i punti non precedentemente svolti degli esercizi nel file 'Esercizi su medie.xls' (Foglio 2, seconda parte del punto b, Foglio 4, seconda parte del punto d).
- Svolgere gli esercizi nel file 'Esercizi su varianze e concentrazione.xls'.