4 - Condizionali, definizioni e schemi di argomentazione

Comunicazione e critical thinking a.a. 2022-2023 Michele Paolini Paoletti (Università di Macerata) michele.paolinip@gmail.com

Il condizionale materiale

P → Q = Se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora Quo è un nipote di Paperino

$P \rightarrow Q$:

- è **falso** nel momento in cui P è vero e Q è falso;
- è **vero** in tutti gli altri casi;
- P è l'antecedente, Q è il conseguente;
- non è necessario che P preceda Q nel tempo;
- **non** è necessario che P **causi** Q;
- non è necessario che P e Q abbiano qualche legame tra loro: "Se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora domani piove" è un condizionale legittimo;
- è vero ogni volta che il conseguente Q è vero, qualsiasi sia il contenuto dell'antecedente P;
- è vero ogni volta che l'antecedente P è falso, qualsiasi sia il contenuto del conseguente Q;
- i verbi utilizzati sono al **modo indicativo**.

Alcune conseguenze controintuitive (a)

(1) Da un enunciato falso usato come antecedente, si può dedurre qualsiasi enunciato (vero o falso) (~P ⊢ P → Q)

Hitler vince la Seconda Guerra Mondiale (falso). Dunque, se Hitler vince la Seconda Guerra Mondiale, allora Napoleone Bonaparte conquista la Russia.

La Germania è in Asia (falso). Dunque, se la Germania è in Asia, allora la Cina è in Asia.

(2) Un enunciato vero usato come conseguente può essere dedotto da qualsiasi enunciato (vero o falso) ($Q \vdash P \rightarrow Q$):

Hitler perde la Seconda Guerra Mondiale (vero). Dunque, se l'India è in Asia, allora Hitler perde la Seconda Guerra Mondiale.

La Germania è in Europa (vero). Dunque, se Napoleone conquista la Russia, allora la Germania è in Europa.

Alcune conseguenze controintuitive (b)

(3) In un **condizionale vero non** è necessario che vi sia alcun legame di **rilevanza** tra l'antecedente e il conseguente:

Se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora Giuda tradisce Gesù Cristo.

Se Quo è un nipote di Paperino, allora gli americani vanno per primi sulla Luna.

Da questi tre fatti seguono alcune **tautologie**, che **paiono** intuitivamente essere **false**. Si tratta dei **paradossi dell'implicazione materiale**:

 $(1) \quad Q \to (P \to Q)$

Se Quo è un nipote di Paperino, allora (se Napoleone conquista la Russia, allora Quo è un nipote di Paperino).

Alcune conseguenze controintuitive (c)

(2) $^{\sim}P \rightarrow (P \rightarrow Q)$

Se non è vero che Pippo è un personaggio dei fumetti, allora (se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora l'India è in Asia).

(3) $(P \& P) \rightarrow Q$ (ex falso quodlibet o legge dello pseudo-Scoto)

Se Pippo è un personaggio dei fumetti e non è vero che Pippo è un personaggio dei fumetti, allora la Germania è in Africa.

- → perché le **contraddizioni** sono sempre false!
- $(4) \qquad P \rightarrow (Q \ \lor \ \sim Q)$

Se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora la Germania è in Africa o non è vero che la Germania è in Africa

- → perché la legge del **terzo escluso** è sempre vera!
- (5) $(P \rightarrow Q) \lor (Q \rightarrow P)$

(Se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora Rockerduck mi sta simpatico) o (se Rockerduck mi sta simpatico, allora Pippo è un personaggio dei fumetti).

Rafforzare il condizionale materiale?

Per evitare questi risultati, si può stabilire che il condizionale materiale debba essere sostituito da (o integrato con) un **condizionale più "forte"**. Cioè da un condizionale che (1) è falso se l'antecedente è vero e il conseguente è falso, (2) è vero in tutti gli altri casi e (3) in cui l'antecedente e il conseguente sono connessi:

- da un qualche **nesso di rilevanza**, e/o
- da un qualche nesso di causa-effetto, e/o
- da un qualche nesso **esplicativo**, e/o
- da una qualche legge di natura, e/o
- da un qualche nesso modale di covariazione → condizionali controfattuali (se fosse vero che P, allora dovrebbe essere vero che Q)

Il test di Ramsey

Per valutare la verità di un condizionale come $P \rightarrow Q$ in cui $P \in rilevante$ per Q, è possibile effettuare il test di Ramsey:

Aggiungere **P** al proprio **stock di credenze**. Se, data questa aggiunta, **anche Q** risulta vero, allora è vero: se P, allora Q.

Se la Corea del Nord intensificherà il suo programma nucleare, allora gli Stati Uniti interverranno militarmente (Canale et al.).

Aggiungere al proprio stock di credenze che la Corea del Nord intensificherà il suo programma nucleare.

Se si è già certi della verità di questa credenza: valutare se ne seguirà la verità del conseguente, e cioè che gli Stati Uniti interverranno militarmente. In caso affermativo, il condizionale risulterà vero.

Se non si è certi della verità di questa credenza: ipotizzare che questa credenza sia vera con un certo grado di probabilità e valutare se da questa ipotesi seguirà la verità del conseguente, e cioè che gli Stati Uniti interverranno militarmente. In caso affermativo, il condizionale risulterà vero.

Condizioni sufficienti (a)

 $P \rightarrow Q$

P è condizione sufficiente di Q:

- basta che P sia vero affinché Q sia vero; la verità di P è sufficiente per la verità di Q; etc.

Se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora egli è stato disegnato da qualcuno.

Che Pippo sia un personaggio dei fumetti è sufficiente affinché sia anche vero che: Pippo è stato disegnato da qualcuno.

N.B.1 In ogni condizionale materiale l'**antecedente** è **condizione sufficiente** del conseguente, anche quando non vi sono nessi di rilevanza tra antecedente e conseguente.

Nel ragionamento ordinario, tuttavia, noi **assumiamo** anche che vi siano tali nessi di **rilevanza**: la condizione sufficiente deve essere anche rilevante. E così faremo anche negli esempi.

N.B.2 Ovviamente la condizione sufficiente può anche essere un enunciato **complesso**, come P & Q (ad esempio).

Condizioni sufficienti (b)

Un enunciato P è condizione sufficiente di un enunciato Q nel momento in cui la verità di P è sufficiente per la verità di Q (il condizionale $P \rightarrow Q$ è vero).

Una **situazione** descritta da P è condizione **sufficiente** di una situazione descritta da Q nel momento in cui l'**accadere** della situazione descritta da P è **sufficiente** per l'**accadere** della situazione descritta da Q:

Che Napoleone invada la Russia e che i russi facciano terra bruciata è condizione sufficiente della sconfitta di Napoleone.

Una **proprietà** A è condizione **sufficiente** di una proprietà B nel momento in cui **qualsiasi** entità che **abbia** A ha anche B:

Essere un essere umano è condizione sufficiente per essere un animale.

Spesso una condizione sufficiente è introdotta da "se", "basta che", "è sufficiente che".

In assenza di tali espressioni, per individuare una condizione sufficiente è possibile tentare di inserirle nell'enunciato e osservare se il senso dell'enunciato venga conservato e meglio esplicitato oppure no.

Condizioni necessarie (a)

 $P \rightarrow Q$

Q è condizione necessaria di P:

P è vero soltanto se anche Q è vera; la verità di Q è necessaria per la verità di P; la falsità di Q implica la falsità di P (in effetti, P → Q equivale a ~Q → ~P); etc.

Se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora egli è stato disegnato da qualcuno.

Pippo è un personaggio dei fumetti soltanto se è stato disegnato da qualcuno. Se non fosse stato disegnato da alcuno, non sarebbe stato un personaggio dei fumetti.

N.B.1 In ogni condizionale materiale il **conseguente** è **condizione necessaria** dell'antecedente, anche quando non vi sono nessi di rilevanza tra antecedente e conseguente.

Nel ragionamento ordinario, tuttavia, noi **assumiamo** anche che vi siano tali nessi di **rilevanza**: la condizione necessaria deve essere anche rilevante. E così faremo anche negli esempi.

N.B.2 Ovviamente la condizione necessaria può anche essere un enunciato **complesso**, come P & Q (ad esempio).

Condizioni necessarie (b)

Un enunciato Q è condizione necessaria di un enunciato P nel momento in cui la verità di P richiede la verità di Q (il condizionale $P \rightarrow Q$ è vero).

Una **situazione** descritta da Q è condizione **necessaria** di una situazione descritta da P nel momento in cui l'**accadere** della situazione descritta da P **richiede** l'**accadere** della situazione descritta da Q:

Per la sconfitta della Russia è necessario che vengano fornite armi all'Ucraina.

Una **proprietà** B è condizione **sufficiente** di una proprietà A nel momento in cui **qualsiasi** entità che **abbia** A **deve** avere anche B:

Essere un essere umano è condizione necessaria per essere un ingegnere.

Spesso una condizione necessaria è introdotta da "solo se", "è necessario che", "richiede che".

In assenza di tali espressioni, per individuare una condizione necessaria è possibile tentare di inserirle nell'enunciato e osservare se il senso dell'enunciato venga conservato e meglio esplicitato oppure no.

Condizionali, condizioni necessarie e condizioni sufficienti

 $P \rightarrow Q$

equivale a

"Se P, allora Q"

ed equivale a

"P solo se Q", cioè

P è condizione sufficiente di Q e Q è condizione necessaria di P.

Condizioni necessarie e sufficienti (a)

 $P \leftrightarrow Q$

P è condizione necessaria e sufficiente di Q.

Q è condizione necessaria e sufficiente di P.

Marco è un essere umano se e solo se Marco è un animale razionale.

N.B.1 In ogni bicondizionale la **parte destra** è **condizione necessaria e sufficiente** della **parte sinistra**, e viceversa, anche quando non vi sono nessi di rilevanza tra le due.

Nel ragionamento ordinario, tuttavia, noi **assumiamo** anche che vi siano tali nessi di **rilevanza**. E così faremo anche negli esempi.

N.B.2 Ovviamente la condizione necessaria e sufficiente può anche essere un enunciato **complesso**, come P & Q (ad esempio).

Condizioni necessarie e sufficienti (b)

Un enunciato P è condizione necessaria e sufficiente di un enunciato Q (e viceversa) nel momento in cui la verità di P è sufficiente per e richiede la verità di Q (e viceversa) (il bicondizionale $P \leftrightarrow Q$ è vero).

Una **situazione** descritta da P è condizione **necessaria** e **sufficiente** di una situazione descritta da Q (e viceversa) nel momento in cui l'**accadere** della situazione descritta da P è **sufficiente** per e **richiede** l'**accadere** della situazione descritta da Q (e viceversa).

Una **proprietà** A è condizione necessaria e **sufficiente** di una proprietà B nel momento in cui **qualsiasi** entità che **abbia** A **ha** anche B e **deve** avere anche B.

Spesso una condizione necessaria è introdotta da "se e solo se".

In assenza di tale espressione, per individuare una condizione necessaria e sufficiente è possibile tentare di inserirla nell'enunciato e osservare se il senso dell'enunciato venga conservato e meglio esplicitato oppure no.

Tre casi (a)

(1) Pè condizione sufficiente ma non necessaria per Q:

$$(P \rightarrow Q) \& \sim (Q \rightarrow P)$$

Che Pippo è un personaggio dei fumetti è condizione **sufficiente** affinché sia stato disegnato da qualcuno.

Tuttavia, che Pippo sia un personaggio dei fumetti **non** è condizione **necessaria** affinché sia stato disegnato da qualcuno. Cioè: qualcuno potrebbe aver disegnato Pippo, senza che Pippo fosse un personaggio dei fumetti.

Che Napoleone sia stato incoronato Imperatore dei Francesi è condizione **sufficiente** della nascita dell'Impero dei Francesi.

Tuttavia, che Napoleone sia stato incoronato Imperatore **non** è condizione **necessaria** della nascita dell'Impero dei Francesi. Cioè: senza l'incoronazione di Napoleone (e magari con l'incoronazione di un altro Imperatore) sarebbe comunque potuto nascere l'Impero dei Francesi.

Tre casi (b)

(2) Pè condizione necessaria ma non sufficiente per Q:

$$(Q \rightarrow P) \& \sim (P \rightarrow Q)$$

Che Marco sia un avvocato è condizione **necessaria** affinché egli possa difendere Luca in tribunale.

Tuttavia, che Marco sia un avvocato **non** è condizione **sufficiente** affinché egli possa difendere Luca in Tribunale (almeno non da sola). Occorre (anche o soltanto) altro (es. che Marco accetti di difendere Luca in tribunale, che si rechi in tribunale, etc.).

Che Putin invada l'Ucraina è condizione **necessaria** affinché egli sia sconfitto.

Tuttavia, che Putin invada l'Ucraina **non** è condizione **sufficiente** affinché egli sia sconfitto (almeno non da sola). Occorre (anche o soltanto) altro (es. che gli ucraini resistano, che abbiano armi, che l'esercito russo compia errori, etc.).

Tre casi (c)

(3) P è condizione necessaria e sufficiente per Q (e viceversa):

$$P \leftrightarrow Q$$
, cioè: $(P \rightarrow Q) \& (Q \rightarrow P)$

Che una figura geometrica piana abbia tre angoli di cui uno retto è condizione necessaria e sufficiente affinché sia un triangolo rettangolo.

Che Giorgia Meloni sia incaricata dal Presidente della Repubblica e riceva la fiducia del Parlamento è condizione necessaria e sufficiente affinché ella sia Presidente del Consiglio.

Definizioni (a)

Le **definizioni** sono enunciati che intendono chiarire **cos'è** una certa **entità** o quale sia il **significato** di una certa **espressione linguistica**.

In ogni definizione vi è qualcosa che deve essere definito (il **definiendum**) e qualcosa che lo definisce (il **definiens**).

Un triangolo rettangolo è una figura geometrica piana con tre angoli, di cui uno retto → *definiendum*: triangolo rettangolo; *definiens*: figura geometrica piana con tre angoli

"Vocabolario" significa "volume che raccoglie, per lo più in ordine alfabetico, e spiega con definizioni ed esempi il lessico, cioè il complesso dei vocaboli, di una lingua, o anche di un dialetto, o di un settore lessicale, di un'opera o di un gruppo di opere, o che traduce le parole e le locuzioni di una lingua nelle corrispondenti di un'altra o di più altre lingue, o anche di un dialetto in quelle della lingua nazionale o ufficiale" (Dizionario Treccani) → definiendum: "vocabolario" (termine); definiens: l'enunciato che segue

Definizioni (b)

N.B.1 Le **definizioni** possono collocarsi sia al livello **ontologico** (della realtà) che al livello **linguistico**. Ovviamente, tra i due livelli vi sono in genere forti connessioni.

N.B.2 Ogni definizione vera **implica** la verità di un certo **bicondizionale**: qualcosa è un vocabolario se e solo se ...

Ma non si dà il caso che: la verità di ogni bicondizionale implichi una qualche definizione vera.

Qualcosa è un triangolo rettangolo se e solo se è la figura geometrica disegnata da Giovanni alle 12.20 del 27 aprile 2023 → bicondizionale vero, ma non fornisce la definizione di un triangolo rettangolo.

N.B.3 Quando si **menziona** una certa espressione linguistica per parlare di quella stessa espressione, è opportuno inserirla tra **virgolette** → "vocabolario" per parlare del termine "vocabolario"

Buone definizioni (a)

(Boniolo, Vidali)

Una buona definizione deve essere:

- (1) **vera**;
- (2) **non oscura**: il *definiens* deve essere chiaro e anche più chiaro del *definiendum*:

I personaggi dei fumetti sono entità fittizie meinongianamente sussistenti ma non esistenti → oscura;

Dio è l'Impensato Fondante → oscura;

(3) **non ambigua**: se il *definiendum* ha più significati, il *definiens* deve specificarlo e coglierne soltanto uno (o soltanto uno alla volta):

la libertà è, in un certo senso, la capacità di stabilire senza impedimento cosa fare e cosa non fare ma, in un altro senso, le libertà sono le condizioni di non-impedimento riconosciute e garantite ai cittadini di uno Stato → non ambigua;

Buone definizioni (b)

- (4) **non vaga**: nei limiti del possibile, il *definiens* deve stabilire quali entità possano soddisfare il *definiendum* e quali non possano soddisfare il *definiendum*:
 - un essere umano alto è un essere umano dotato di un certo valore di altezza o di un valore di altezza superiore ad esso → vaga;
- (5) **non circolare**: il *definiens* non deve contenere il *definiendum* né presupporre (per essere compreso) la conoscenza del *definiendum*:
 - un essere umano è un animale con genitori umani → circolare;
 - la proprietà privata è ciò che è di proprietà di qualcuno e non di altri → parzialmente circolare (per quanto riguarda la proprietà);
- (6) né troppo ampia, né troppo ristretta:
 - una mela è un frutto tondo e rosso → troppo ampia: non solo le mele soddisfano questo *definiens*;
 - una mela è un frutto che si coglie nella Val di Non → troppo ristretta: le mele non si colgono solo nella val di Non.

Tipi di definizioni (a)

Le definizioni (sia quelle buone che quelle non-buone) possono essere di diversi tipi.

A seconda dell'**uso**, è possibile avere:

- (1) **definizioni lessicali**, che precisano il **significato** di un'espressione linguistica all'interno di una **comunità** di parlanti, come avviene nei dizionari → rispettive definizioni di **entità** → le definizioni lessicali (in qualche misura) sono "**scoperte**", non sono inventate;
- (2) **definizioni stipulative**, che **stipulano** il significato di un'espressione linguistica all'interno di un certo **contesto**:
 - "Per 'gene' intenderò 'l'unità ereditaria fondamentale degli organismi viventi";
- (3) **definizioni persuasive**, che mirano alla **persuasione** di un uditorio anche a costo di non definire adeguatamente il *definiendum*:
 - "La democrazia è il sistema di governo caratterizzato dall'elezione da parte di molti incompetenti di pochi corrotti".

Tipi di definizioni (b)

A seconda della **strategia**, è possibile avere:

- (1) **definizioni estensionali**, che (nel *definiens*) si concentrano sull'**insieme di entità** che soddisfano il *definiendum*:
 - (1.1) **enumerative**: **enumerano** tutte le entità di quell'insieme ("italiano" è "valdostano, piemontese, lombardo, etc.");
 - (1.2) **ostensive**: **indicano direttamente** l'oggetto cui si applicano (una lezione di critical thinking è ciò che stiamo facendo qui e ora);
 - (1.3) quasi-ostensive: indicano direttamente l'oggetto cui si applicano e aggiungono informazioni (una lezione di critical thinking è un processo di spiegazione e comprensione come quello che stiamo facendo qui e ora);

Tipi di definizioni (c)

A seconda della **strategia**, è possibile avere:

- (2) **definizioni intensionali**, che (nel *definiens*) si concentrano sulle **caratteristiche** di tutti gli oggetti che soddisfano il *definiendum*:
 - (2.1) **condizionale**: indicano tutte le **condizioni** che è necessario e sufficiente soddisfare per soddisfare il *definiendum* (un italiano è un essere umano che possiede la cittadinanza accordata dalla Repubblica Italiana anche se parzialmente circolare, forse);
 - (2.2) **ricorsive**: enumerano su base **induttiva** o per **ricorsività** le proprietà godute da tutti gli oggetti nel *definiendum* (A è un antenato diretto di B se A è genitore di B o se A è genitore di un antenato di B → non è circolare, perché il *definiens* non contiene "A è un antenato diretto di B", ma contiene "A è genitore di qualcuno che è un antenato di B", cioè facciamo ricorso ad un'altra entità. Ad un certo punto, tuttavia, dovremo "fermarci" nella serie ricorsiva);
 - (2.3) **per genere e differenza**: indicano nel *definiens* il **genere minimo** cui appartiene il *definiendum* e la **differenza specifica** (gli esseri umani sono animali razionali);

Tipi di definizioni (d)

A seconda della **strategia**, è possibile avere:

- (3) **definizioni quasi-intensionali**, che (nel *definiens*) si concentrano sulle **caratteristiche** di tutti gli oggetti che soddisfano il *definiendum*, ma lo fanno in modi **peculiari**:
 - (3.1) **per parafrasi**: nel *definiens*, offrono **parafrasi** di enunciati tipici in cui compare il *definiendum* (per definire "fratello", diciamo che "Marco è fratello di Luca" signifca che "Marco è un maschio e Marco e Luca hanno dei genitori in comune");
 - (3.2) **sinonimiche**: il *definiens* consiste in un **sinonimo** del *definiendum*, cioè in un termine che ha lo stesso significato del *definiendum* o un significato molto simile (una persona ardimentosa è una persona coraggiosa; una persona temperante è una persona continente);
 - (3.3) **operazionali**: il *definiens* indica le **operazioni** che occorre svolgere per individuare (e talvolta misurare) il *definiendum* (es. temperatura, peso, altezza);

Tipi di definizioni (e)

A seconda dello **statuto epistemologico**, è possibile avere:

- (1) **definizioni reali**, che intendono cogliere l'**essenza**/la natura delle entità definite, così come si presenta nel mondo reale;
- (2) **definizioni nominali**, che intendono cogliere il **significato** di un'espressione linguistica, **senza** accettare né rigettare l'**esistenza** di entità corrispondenti o il loro **statuto** ontologico.

N.B. Per **Leibniz**, le definizioni nominali sono le definizioni che consentono di distinguere una cosa da tutte le altre sulla base di certe caratteristiche.

Le definizioni reali, invece, sono le definizioni che colgono in modo adeguato e completo l'essenza di una cosa e, pertanto, tutte le condizioni possibili di esistenza.

Forme argomentative notevoli (a)

Ecco alcune forme di **argomentazione deduttiva** che sono valide e particolarmente utilizzate.

N.B. Talvolta queste forme sono espresse come **condizionali tautologici** (sempre veri), in cui l'antecedente è composto dalla congiunzione delle premesse della forma argomentativa e il conseguente dalla conclusione.

$$P \rightarrow Q$$
, $P \vdash Q$ (modus ponendo ponens)

Se Plutone è un pianeta del nostro sistema solare, allora Plutone ruota attorno al Sole. Plutone è un pianeta del nostro sistema solare. Dunque, Plutone ruota attorno al Sole.

Forme argomentative notevoli (b)

 $P \rightarrow Q$, $^{\sim}Q \vdash ^{\sim}P$ (modus tollendo tollens)

Se Plutone è un pianeta del nostro sistema solare, allora Plutone ruota attorno al Sole. Non è vero che Plutone ruota attorno al Sole. Dunque, non è vero che Plutone è un pianeta del nostro sistema solare.

P, ~P ⊢ Q (ex falso quodlibet)

Topolino è amico di Pippo. Non è vero che Topolino è amico di Pippo. Dunque, Dio esiste.

Forme argomentative notevoli (c)

 $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$ (sillogismo ipotetico)

Se le elezioni si tengono in settembre, allora bisogna formare il Governo in fretta. Se bisogna formare il Governo in fretta, allora le consultazioni devono essere rapide. Dunque, se le elezioni si tengono in settembre, allora le consultazioni devono essere rapide.

P ∨ Q, ~Q ⊢ P (sillogismo disgiuntivo)

O Marco gioca a calcio, o Marco gioca a rugby. Non è vero che Marco gioca a rugby. Dunque, Marco gioca a calcio.

Forme argomentative notevoli (d)

 $P \lor Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow S \vdash R \lor S$ (dilemma costruttivo)

O la Juventus vince il campionato, o il Milan vince il campionato. Se la Juventus vince il campionato, allora lo scudetto va a Torino. Se il Milan vince il campionato, allora lo scudetto va a Milano. Dunque, o lo scudetto va a Torino, o lo scudetto va a Milano.

$$P \rightarrow (Q \& ^{\sim}Q) \vdash ^{\sim}P$$
 (riduzione all'assurdo)

Se il movimento esiste, allora Achille raggiunge la tartaruga e non è vero che Achille raggiunge la tartaruga. Dunque, non è vero che il movimento esiste.

Equivalenze notevoli

```
^{\sim}(P \& Q) \leftrightarrow (^{\sim}P \lor ^{\sim}Q) (prima legge di De Morgan)
```

 $^{\sim}(P \lor Q) \leftrightarrow (^{\sim}P \& ^{\sim}Q)$ (seconda legge di De Morgan)

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (^{\sim}Q \rightarrow ^{\sim}P)$$
 (trasposizione)

$$((P \And Q) \rightarrow R) \leftrightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \ (\textbf{esportazione})$$

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (^{P} \lor Q)$$
 (implicazione materiale)