4 - Condizionali e schemi di argomentazione

Comunicazione e critical thinking a.a. 2023-2024

Michele Paolini Paoletti (Università di Macerata)

m.paolinipaoletti@unimc.it

pagina insegnamento: <http://tiny.cc/criticalthinking2324>

Gli argomenti di questo modulo

- (a) il condizionale materiale: alcune conseguenze controintuitive;
- (b) le condizioni sufficienti;
- (c) le condizioni necessarie;
- (d) le condizioni necessarie e sufficienti;
- (e) tre casi possibili di condizioni;
- (f) alcune forme argomentative notevoli;
- (g) alcune equivalenze notevoli.

Il condizionale materiale

P → Q = Se Pippo è un personaggio dei fumetti, **allora** Quo è un nipote di Paperino

P → Q:

- è **falso** nel momento in cui P è vero e Q è falso;
- è **vero** in tutti gli altri casi;
- P è l'**antecedente**, Q è il **conseguente**;
- **non** è necessario che P preceda Q nel **tempo**;
- **non** è necessario che P **causi** Q;
- non è necessario che P e Q abbiano qualche **legame** tra loro: “**Se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora domani piove**” è un condizionale legittimo;
- è **vero** ogni volta che il **conseguente** Q è **vero**, **qualsiasi** sia il contenuto dell'**antecedente** P;
- è **vero** ogni volta che l'**antecedente** P è **falso**, **qualsiasi** sia il contenuto del **conseguente** Q;
- i verbi utilizzati sono al **modo indicativo**.

Alcune conseguenze controintuitive (a)

- (1) Da un enunciato **falso** usato come **antecedente**, si può **dedurre qualsiasi** enunciato (vero o falso) ($\sim P \vdash P \rightarrow Q$)

Hitler vince la Seconda Guerra Mondiale (falso). Dunque, se Hitler vince la Seconda Guerra Mondiale, allora Napoleone Bonaparte conquista la Russia.

La Germania è in Asia (falso). Dunque, se la Germania è in Asia, allora la Cina è in Asia.

- (2) Un enunciato **vero** usato come **conseguente** può **essere dedotto** da **qualsiasi** enunciato (vero o falso) ($Q \vdash P \rightarrow Q$):

Hitler perde la Seconda Guerra Mondiale (vero). Dunque, se l'India è in Asia, allora Hitler perde la Seconda Guerra Mondiale.

La Germania è in Europa (vero). Dunque, se Napoleone conquista la Russia, allora la Germania è in Europa.

Alcune conseguenze controintuitive (b)

- (3) In un **condizionale vero non** è necessario che vi sia alcun legame di **rilevanza** tra l'antecedente e il conseguente:

Se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora Giuda tradisce Gesù Cristo.

Se Quo è un nipote di Paperino, allora gli americani vanno per primi sulla Luna.

Da questi tre fatti seguono alcune **tautologie**, che **paiono** intuitivamente essere **false**. Si tratta dei **paradossi dell'implicazione materiale**:

- (1) $Q \rightarrow (P \rightarrow Q)$

Se Quo è un nipote di Paperino, allora (se Napoleone conquista la Russia, allora Quo è un nipote di Paperino).

Alcune conseguenze controintuitive (c)

(2) $\sim P \rightarrow (P \rightarrow Q)$

Se non è vero che Pippo è un personaggio dei fumetti, allora (se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora l'India è in Asia).

(3) $(P \ \& \ \sim P) \rightarrow Q$ (*ex falso quodlibet* o legge dello pseudo-Scoto)

Se Pippo è un personaggio dei fumetti e non è vero che Pippo è un personaggio dei fumetti, allora la Germania è in Africa.

→ perché le **contraddizioni** sono sempre false!

(4) $P \rightarrow (Q \vee \sim Q)$

Se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora la Germania è in Africa o non è vero che la Germania è in Africa

→ perché la legge del **terzo escluso** è sempre vera!

(5) $(P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$

(Se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora Rockerduck mi sta simpatico) o (se Rockerduck mi sta simpatico, allora Pippo è un personaggio dei fumetti).

Rafforzare il condizionale materiale?

Per evitare questi risultati, si può stabilire che il condizionale materiale debba essere sostituito da (o integrato con) un **condizionale più “forte”**. Cioè da un condizionale che (1) è falso se l'antecedente è vero e il conseguente è falso, (2) è vero in tutti gli altri casi e (3) in cui l'antecedente e il conseguente sono connessi:

- da un qualche **nesso di rilevanza**, e/o
- da un qualche nesso di **causa-effetto**, e/o
- da un qualche nesso **esplicativo**, e/o
- da una qualche **legge di natura**, e/o
- da un qualche **nesso modale** di covariazione → condizionali **controfattuali** (se fosse vero che P, allora dovrebbe essere vero che Q)

Condizioni sufficienti (a)

$P \rightarrow Q$

P è **condizione sufficiente** di Q:

- **basta** che P sia vero affinché Q sia vero; la verità di P è **sufficiente** per la verità di Q; etc.

Se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora egli è stato disegnato da qualcuno.

Che Pippo sia un personaggio dei fumetti è sufficiente affinché sia anche vero che: Pippo è stato disegnato da qualcuno.

N.B.1 In ogni condizionale materiale l'**antecedente** è **condizione sufficiente** del conseguente, anche quando non vi sono nessi di rilevanza tra antecedente e conseguente.

Nel ragionamento ordinario, tuttavia, noi **assumiamo** anche che vi siano tali nessi di **rilevanza**: la condizione sufficiente deve essere anche rilevante. E così faremo anche negli esempi.

N.B.2 Ovviamente la condizione sufficiente può anche essere un enunciato **complesso**, come P & Q (ad esempio).

Condizioni sufficienti (b)

Un **enunciato** P è condizione **sufficiente** di un enunciato Q nel momento in cui la **verità** di P è **sufficiente** per la **verità** di Q (il condizionale $P \rightarrow Q$ è vero).

Una **situazione** descritta da P è condizione **sufficiente** di una situazione descritta da Q nel momento in cui l'**accadere** della situazione descritta da P è **sufficiente** per l'**accadere** della situazione descritta da Q:

Che Napoleone invada la Russia e che i russi facciano terra bruciata è condizione sufficiente della sconfitta di Napoleone.

Una **proprietà** A è condizione **sufficiente** di una proprietà B nel momento in cui **qualsiasi** entità che **abbia** A ha anche B:

Essere un essere umano è condizione sufficiente per essere un animale.

Spesso una condizione sufficiente è introdotta da “**se**”, “**basta che**”, “**è sufficiente che**”.

In assenza di tali espressioni, per individuare una condizione sufficiente è possibile tentare di inserirle nell'enunciato e osservare se il senso dell'enunciato venga conservato e meglio esplicitato oppure no.

Condizioni necessarie (a)

$P \rightarrow Q$

Q è **condizione necessaria** di P:

- P è vero **soltanto se** anche Q è vera; la verità di Q è **necessaria** per la verità di P; la falsità di Q implica la falsità di P (in effetti, $P \rightarrow Q$ equivale a $\sim Q \rightarrow \sim P$); etc.

Se Pippo è un personaggio dei fumetti, allora egli è stato disegnato da qualcuno.

Pippo è un personaggio dei fumetti soltanto se è stato disegnato da qualcuno. Se non fosse stato disegnato da alcuno, non sarebbe stato un personaggio dei fumetti.

N.B.1 In ogni condizionale materiale il **conseguente** è **condizione necessaria** dell'antecedente, anche quando non vi sono nessi di rilevanza tra antecedente e conseguente.

Nel ragionamento ordinario, tuttavia, noi **assumiamo** anche che vi siano tali nessi di **rilevanza**: la condizione necessaria deve essere anche rilevante. E così faremo anche negli esempi.

N.B.2 Ovviamente la condizione necessaria può anche essere un enunciato **complesso**, come P & Q (ad esempio).

Condizioni necessarie (b)

Un **enunciato** Q è condizione **necessaria** di un enunciato P nel momento in cui la **verità** di P **richiede** la **verità** di Q (il condizionale $P \rightarrow Q$ è vero).

Una **situazione** descritta da Q è condizione **necessaria** di una situazione descritta da P nel momento in cui l'**accadere** della situazione descritta da P **richiede** l'**accadere** della situazione descritta da Q:

Per la sconfitta della Russia è necessario che vengano fornite armi all'Ucraina.

Una **proprietà** B è condizione **necessaria** di una proprietà A nel momento in cui **qualsiasi** entità che **abbia** A **deve** avere anche B:

Essere un essere umano è condizione necessaria per essere un ingegnere.

Spesso una condizione necessaria è introdotta da “**solo se**”, “**è necessario che**”, “**richiede che**”.

In assenza di tali espressioni, per individuare una condizione necessaria è possibile tentare di inserirle nell'enunciato e osservare se il senso dell'enunciato venga conservato e meglio esplicitato oppure no.

Condizionali, condizioni necessarie e condizioni sufficienti

$$P \rightarrow Q$$

equivale a

“Se P, allora Q”

ed equivale a

“P solo se Q”, cioè

P è condizione **sufficiente** di Q e Q è condizione **necessaria** di P.

Condizioni necessarie e sufficienti (a)

$P \leftrightarrow Q$

P è **condizione necessaria e sufficiente** di Q.

Q è **condizione necessaria e sufficiente** di P.

Marco è un essere umano se e solo se Marco è un animale razionale.

N.B.1 In ogni bicondizionale la **parte destra** è **condizione necessaria e sufficiente** della **parte sinistra**, e viceversa, anche quando non vi sono nessi di rilevanza tra le due.

Nel ragionamento ordinario, tuttavia, noi **assumiamo** anche che vi siano tali nessi di **rilevanza**. E così faremo anche negli esempi.

N.B.2 Ovviamente la condizione necessaria e sufficiente può anche essere un enunciato **complesso**, come P & Q (ad esempio).

Condizioni necessarie e sufficienti (b)

Un **enunciato** P è condizione **necessaria** e **sufficiente** di un enunciato Q (e viceversa) nel momento in cui la **verità** di P è **sufficiente** per ed è **richiesta** per la **verità** di Q (e viceversa) (il bicondizionale $P \leftrightarrow Q$ è vero).

Una **situazione** descritta da P è condizione **necessaria** e **sufficiente** di una situazione descritta da Q (e viceversa) nel momento in cui l'**accadere** della situazione descritta da P è **sufficiente** per ed è **richiesta** per l'**accadere** della situazione descritta da Q (e viceversa).

Una **proprietà** A è condizione **necessaria** e **sufficiente** di una proprietà B nel momento in cui **qualsiasi** entità che **abbia** A **ha** anche B e **qualsiasi** entità che **abbia** B **deve** avere **anche** A.

Spesso una condizione necessaria è introdotta da “**se e solo se**”.

In assenza di tale espressione, per individuare una condizione necessaria e sufficiente è possibile tentare di inserirla nell'enunciato e osservare se il senso dell'enunciato venga conservato e meglio esplicitato oppure no.

Tre casi (a)

(1) P è **condizione sufficiente ma non necessaria** per Q:

$$(P \rightarrow Q) \ \& \ \sim(Q \rightarrow P)$$

Che Pippo è un personaggio dei fumetti è condizione **sufficiente** affinché sia stato disegnato da qualcuno.

Tuttavia, che Pippo sia un personaggio dei fumetti **non** è condizione **necessaria** affinché sia stato disegnato da qualcuno. Cioè: qualcuno potrebbe aver disegnato Pippo, senza che Pippo fosse un personaggio dei fumetti.

Che Napoleone sia stato incoronato Imperatore dei Francesi è condizione **sufficiente** della nascita dell'Impero dei Francesi.

Tuttavia, che Napoleone sia stato incoronato Imperatore **non** è condizione **necessaria** della nascita dell'Impero dei Francesi. Cioè: senza l'incoronazione di Napoleone (e magari con l'incoronazione di un altro Imperatore) sarebbe comunque potuto nascere l'Impero dei Francesi.

Tre casi (b)

(2) P è **condizione necessaria ma non sufficiente** per Q:

$$(Q \rightarrow P) \ \& \ \sim(P \rightarrow Q)$$

Che Marco sia un avvocato è condizione **necessaria** affinché egli possa difendere Luca in tribunale.

Tuttavia, che Marco sia un avvocato **non** è condizione **sufficiente** affinché egli possa difendere Luca in Tribunale (almeno non da sola). Occorre (anche o soltanto) altro (es. che Marco accetti di difendere Luca in tribunale, che si rechi in tribunale, etc.).

Che Putin invada l'Ucraina è condizione **necessaria** affinché egli sia sconfitto.

Tuttavia, che Putin invada l'Ucraina **non** è condizione **sufficiente** affinché egli sia sconfitto (almeno non da sola). Occorre (anche o soltanto) altro (es. che gli ucraini resistano, che abbiano armi, che l'esercito russo compia errori, etc.).

Tre casi (c)

(3) P è **condizione necessaria e sufficiente** per Q (e viceversa):

$$P \leftrightarrow Q, \text{ cioè: } (P \rightarrow Q) \ \& \ (Q \rightarrow P)$$

Che una figura geometrica piana abbia tre angoli di cui uno retto è condizione necessaria e sufficiente affinché sia un triangolo rettangolo.

Che Giorgia Meloni sia incaricata dal Presidente della Repubblica e riceva la fiducia del Parlamento è condizione necessaria e sufficiente affinché ella sia Presidente del Consiglio.

Forme argomentative notevoli (a)

Ecco alcune forme di **argomentazione deduttiva** che sono valide e particolarmente utilizzate.

N.B. Talvolta queste forme sono espresse come **condizionali tautologici** (sempre veri), in cui l'antecedente è composto dalla congiunzione delle premesse della forma argomentativa e il conseguente dalla conclusione.

$P \rightarrow Q, P \vdash Q$ (*modus ponendo ponens*)

Se Plutone è un pianeta del nostro sistema solare, allora Plutone ruota attorno al Sole. Plutone è un pianeta del nostro sistema solare. Dunque, Plutone ruota attorno al Sole.

Forme argomentative notevoli (b)

$P \rightarrow Q, \sim Q \vdash \sim P$ (*modus tollendo tollens*)

Se Plutone è un pianeta del nostro sistema solare, allora Plutone ruota attorno al Sole. Non è vero che Plutone ruota attorno al Sole. Dunque, non è vero che Plutone è un pianeta del nostro sistema solare.

$P, \sim P \vdash Q$ (*ex falso quodlibet*)

Topolino è amico di Pippo. Non è vero che Topolino è amico di Pippo. Dunque, Dio esiste.

Forme argomentative notevoli (c)

$P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$ (**sillogismo ipotetico**)

Se le elezioni si tengono in settembre, allora bisogna formare il Governo in fretta.
Se bisogna formare il Governo in fretta, allora le consultazioni devono essere rapide. Dunque, se le elezioni si tengono in settembre, allora le consultazioni devono essere rapide.

$P \vee Q, \sim Q \vdash P$ (**sillogismo disgiuntivo**)

O Marco gioca a calcio, o Marco gioca a rugby. Non è vero che Marco gioca a rugby. Dunque, Marco gioca a calcio.

Forme argomentative notevoli (d)

$P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow S \vdash R \vee S$ (**dilemma costruttivo**)

O la Juventus vince il campionato, o il Milan vince il campionato. Se la Juventus vince il campionato, allora lo scudetto va a Torino. Se il Milan vince il campionato, allora lo scudetto va a Milano. Dunque, o lo scudetto va a Torino, o lo scudetto va a Milano.

$P \rightarrow (Q \& \sim Q) \vdash \sim P$ (**riduzione all'assurdo**)

Se il movimento esiste, allora Achille raggiunge la tartaruga e non è vero che Achille raggiunge la tartaruga. Dunque, non è vero che il movimento esiste.

Equivalenze notevoli

$\sim(P \ \& \ Q) \leftrightarrow (\sim P \ \vee \ \sim Q)$ (**prima legge di De Morgan**)

$\sim(P \ \vee \ Q) \leftrightarrow (\sim P \ \& \ \sim Q)$ (**seconda legge di De Morgan**)

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\sim Q \rightarrow \sim P)$ (**trasposizione**)

$((P \ \& \ Q) \rightarrow R) \leftrightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow R))$ (**esportazione**)

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\sim P \ \vee \ Q)$ (**implicazione materiale**)