

$$\max Z = 3000 x_1 + 5000 x_2$$

s.t.:

$$\text{stabilimento 1: } x_1 \leq 4$$

$$\text{stabilimento 2: } 2x_2 \leq 12$$

$$\text{stabilimento 3: } 3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

SCALING

Divido per 1000 la f.o.

$$\max Z = 3x_1 + 5x_2$$

così facendo, il risultato sarà espresso in migliaia d'euro invece che in euro.

$$\max Z = 3x_1 + 5x_2$$

s.t.:

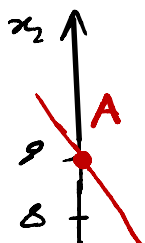
$$\text{stabilimento 1: } x_1 \leq 4$$

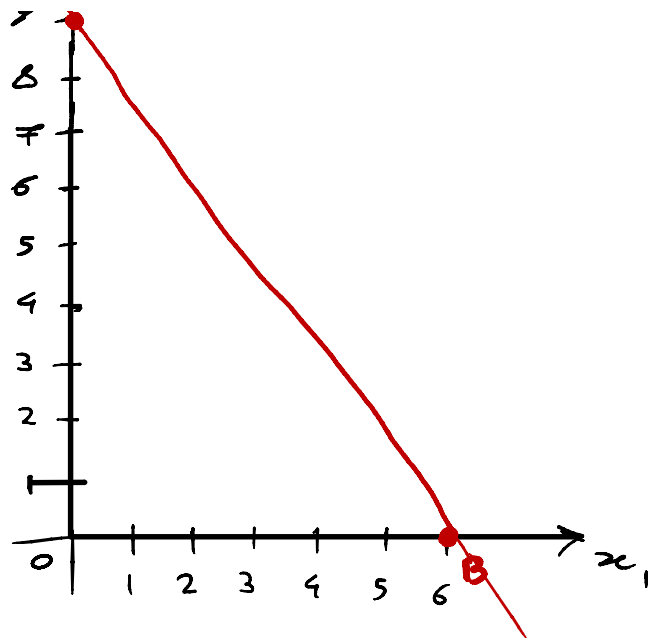
$$\text{stabilimento 2: } 2x_2 \leq 12$$

$$\text{stabilimento 3: } 3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

METODO GRAFICO (solo con due variabili)





$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

① considero l'equazione associata:
 $3x_1 + 2x_2 = 18$ retta
 e la disegno

se $x_1 = 0$, ho che:

$$2x_2 = 18 ; \quad x_2 = 9$$

$$A(0, 9)$$

se $x_2 = 0$:

$$3x_1 = 18 ; \quad x_1 = 6$$

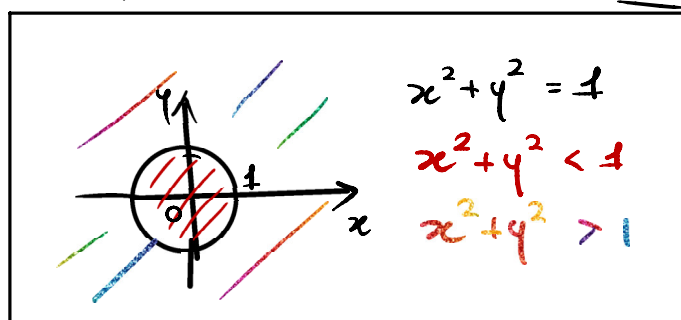
$$B(6, 0)$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$\leq$ vuol dire $0 < 0 =$.

Se è $=$, siamo sulla retta rossa (bordo o frontiera),
 se invece è $<$, siamo in uno dei due

se invece è $>$, siamo in uno dei due semipiani



Prendo un punto di prova comodo che NON appartiene al bordo, ad es. l'origine.

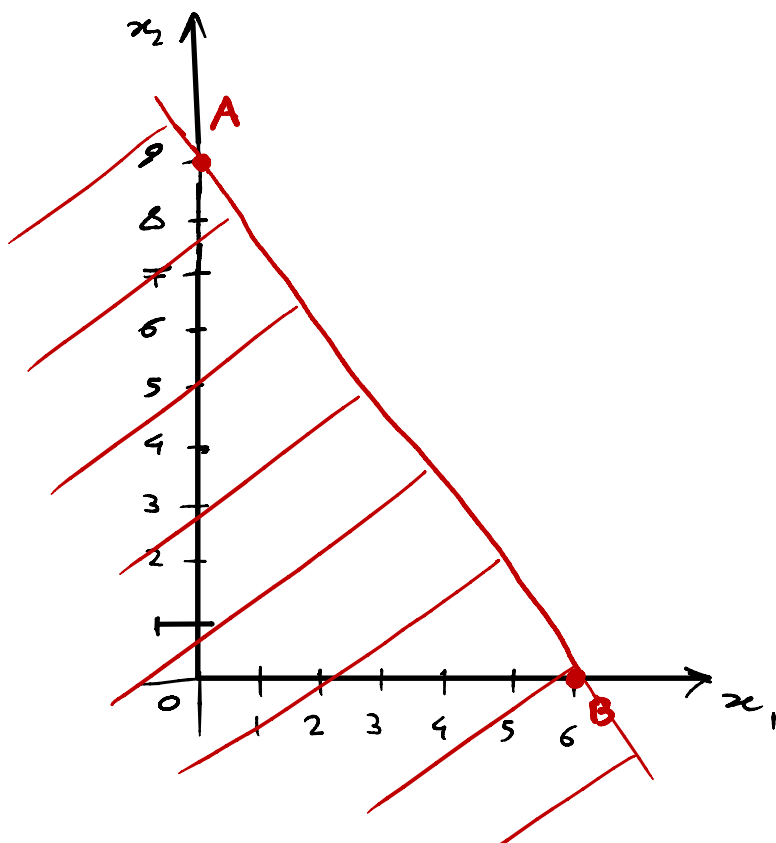
Sostituisco le sue coordinate nella disequazione:

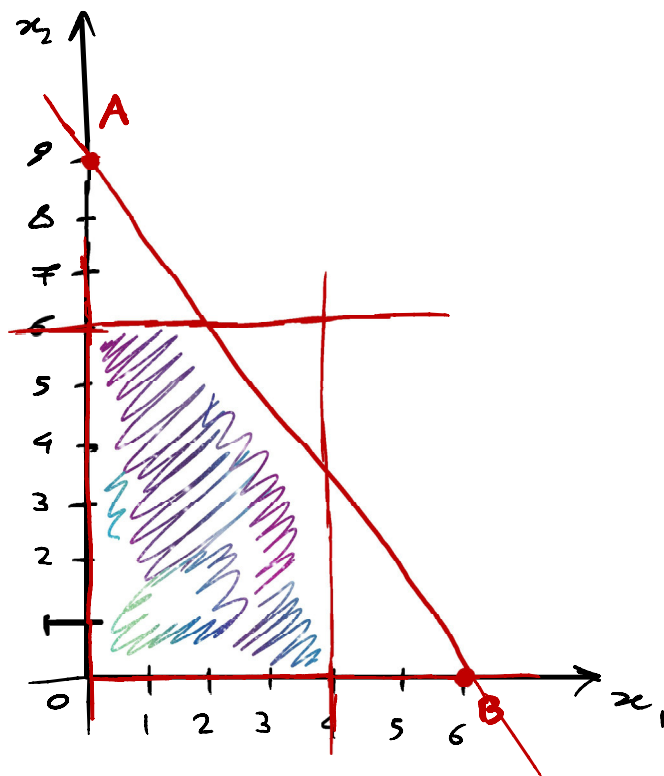
$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \leq 18$$

$$0 \leq 18$$

Vero. Quindi il semipiano rappresentato dalla disequazione è quello che contiene l'origine.





REGIONE
AMMISSIBILE

Si dice soluzione qualsiasi assegnamento alle variabili

Ad es. $(x_1, x_2) = (101, 11)$ è una soluzione del nostro problema.

Una soluzione è ammissibile se soddisfa tutti i vincoli.

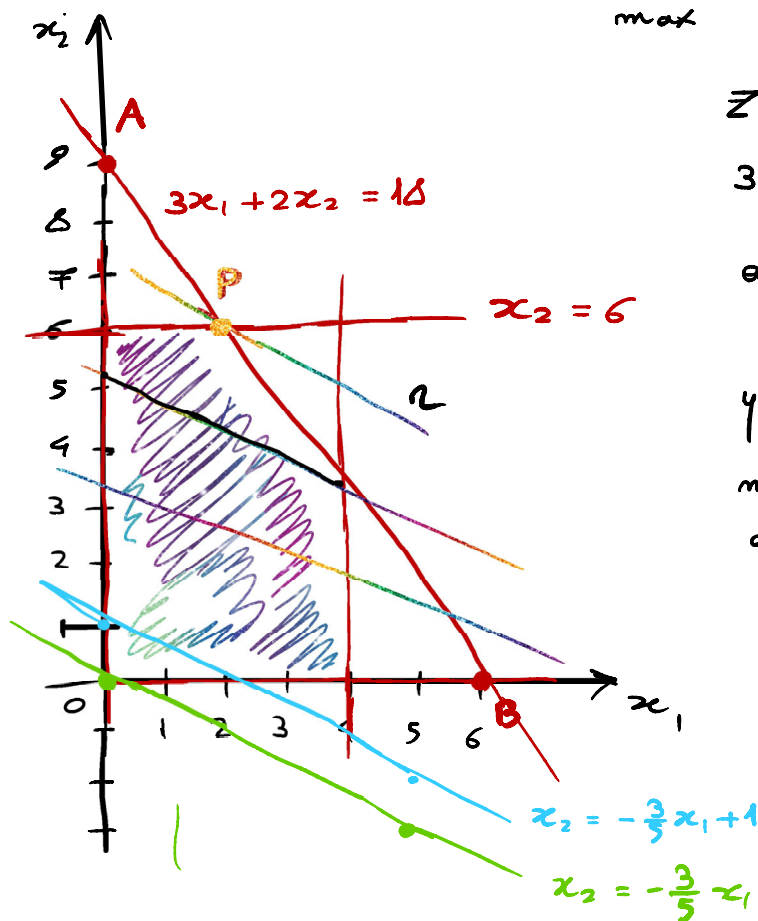
Una soluzione è non ammissibile se viola almeno un vincolo.

La regione ammissibile è l'insieme di tutte le soluzioni ammissibili.

Una soluzione è ottima quando è ammissibile ed è la più vantaggiosa fra tutte quelle ammissibili, ovvero se il problema è di minimo è quella che presenta il più piccolo valore di f .

è quella che presenta il più piccolo valore di f.o., mentre se è di massimo il più grande.

Un vertice è un punto all'angolo della regione ammissibile (def. informale).



$$\max Z = 3x_1 + 5x_2$$

$$Z = 3x_1 + 5x_2$$

$$3x_1 + 5x_2 - Z = 0$$

$$ax + by + c = 0 \quad \text{forma implicita}$$

$$y = mx + q \quad \text{forma esplicita}$$

m: coeff. ang.

q: intercetta

$$5x_2 = -3x_1 + Z$$

$$x_2 = -\frac{3}{5}x_1 + \frac{1}{5}Z$$

y

x

se $Z = 0$, ottengo $x_2 = -\frac{3}{5}x_1$

Tutti i punti della retta verde ($x_2 = -\frac{3}{5}x_1$) presentano un valore di F.O. pari a 0

se $Z = 5$, ottengo $x_2 = -\frac{3}{5}x_1 + 1$

Tutti i punti della retta blu hanno un valore di F.O. pari a 5.

Osserviamo che possiamo ripetere questo procedimento fino

Osserviamo che possiamo ripetere questo procedimento fino a un valore di z corrispondente alla retta r e la soluzione ottima è il punto P che si trova proprio su un vertice.

$$P \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 18 \\ x_2 = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 12 = 18 \\ x_2 = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 = 6 \\ x_2 = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

La sol. ottima è $P(2, 6) =: (x_1^*, x_2^*)$

Il valore ottimo (massimo) della f. o. è:

$$z^* = 3x_1^* + 5x_2^* = 3 \cdot 2 + 5 \cdot 6 = 6 + 30 = 36$$

Altri casi possibili:

① si vuole avere un profitto di almeno 50.000 \$
Questo vuol dire aggiungere al modello il seguente vincolo:

$$3000x_1 + 5000x_2 \geq 50000$$

$$3x_1 + 5x_2 \geq 50$$

$$\max \quad z = 3x_1 + 5x_2$$

s.t.:

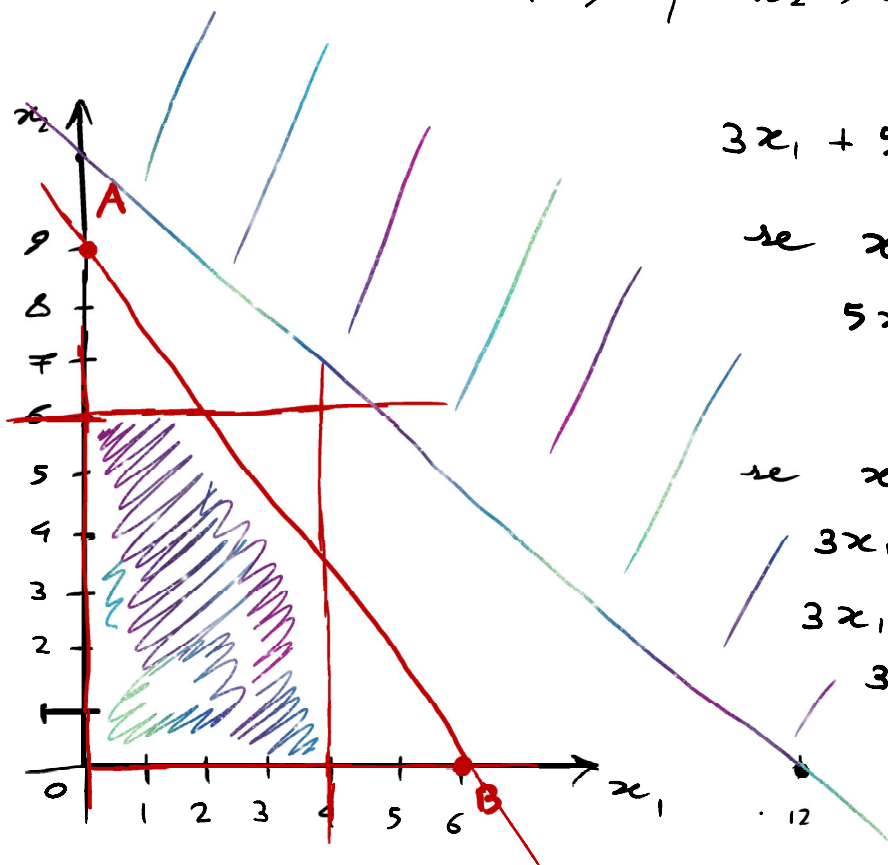
$$\text{stabilimento 1:} \quad x_1 \leq 4$$

$$\text{stabilimento 2:} \quad 2x_2 \leq 12$$

$$\text{stabilimento 3:} \quad 3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$3x_1 + 5x_2 \geq 50$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$



$$3x_1 + 5x_2 = 50$$

$$\text{se } x_1 = 0$$

$$5x_2 = 50; x_2 = 10$$

$$C(0, 10)$$

$$\text{se } x_2 = 0$$

$$3x_1 = 50 \quad x_1 = \frac{50}{3}$$

$$3x_1 + 5x_2 \geq 50$$

$$3 \cdot 0 + 5 \cdot 0 \geq 50$$

$$0 \geq 50 \quad \text{No}$$

L'intersezione è l'insieme vuoto

La regione ammissibile è l'insieme vuoto

No sol. amm., no sol. ottime

②

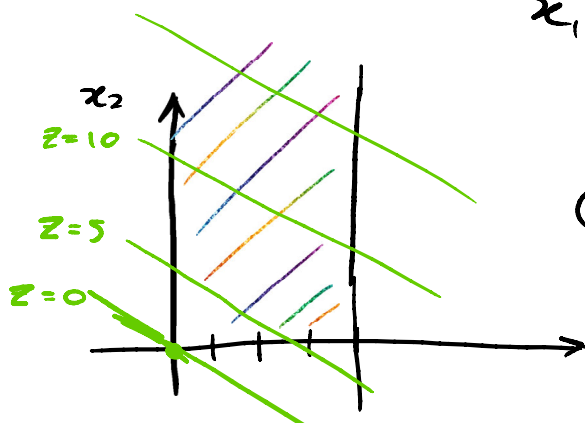
$$\max Z = 3x_1 + 5x_2$$

s.t.:

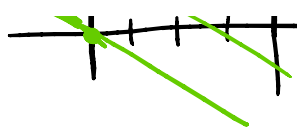
stabilimento 1:

$$x_1 \leq 4$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$



regione ammissibile illimitata
(o borse).
Qui posso far crescere Z quanto
voglio. Il problema è illimitato.

 x_1 ^{ragno.} il problema è illimitato.

Se il problema fosse di minimo,
 invece l'ottimo nell'origine

$$\max \quad Z = 3x_1 + 2x_2$$

s.t.:

$$\text{stabilimento 1:} \quad x_1 \leq 4$$

$$\text{stabilimento 2:} \quad 2x_2 \leq 12$$

$$\text{stabilimento 3:} \quad 3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$3x_1 + 5x_2 \geq 50$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

$$Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$2x_2 = -3x_1 + Z$$

$$x_2 = -\frac{3}{2}x_1 + \frac{1}{2}Z$$

$$\text{se } Z = 0, \quad x_2 = -\frac{3}{2}x_1$$

2 vertici "ottimi" e
 infinite soluzioni ottime: tutti
 i punti del segmento PQ

