

$$\begin{array}{rcll}
 Z - 3x_1 & & + \frac{5}{2}x_4 & = 30 \\
 & x_1 & + x_3 & = 4 \\
 & & x_2 & = 6 \\
 & & + \frac{1}{2}x_4 & = 6 \\
 & & - \frac{1}{3}x_4 + \frac{1}{3}x_5 & = 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 R_0 \leftarrow R_0 + 3R_3 \\
 R_1 \leftarrow R_1 - R_3
 \end{array}$$

x_1 is circled in red.

Z is circled in green.

$$\begin{array}{rcll}
 & & + \frac{3}{2}x_4 + 1x_5 & = 36 \\
 & & + \frac{1}{3}x_4 - \frac{1}{3}x_5 & = 2 \\
 & & + \frac{1}{2}x_4 & = 6 \\
 & & - \frac{1}{3}x_4 + \frac{1}{3}x_5 & = 2
 \end{array}$$

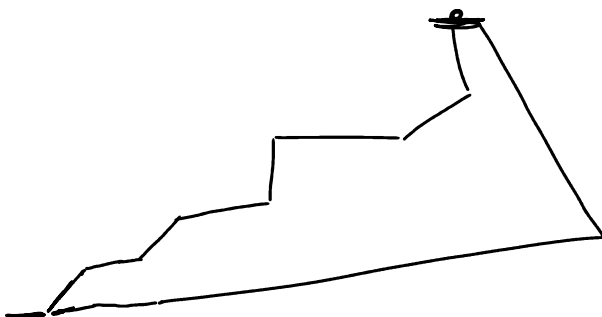
x_3 , x_2 , and x_1 are circled in green.

> 0 and > 0 are written above the circled terms.

STOP

$$Z = 36 - \frac{3}{2}x_4 - x_5$$

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0
 \end{array}$$



$$\begin{array}{c}
 Z \\
 \dots\dots\dots \\
 x_3 + \dots\dots\dots \\
 x_2 + \dots\dots\dots \\
 x_1 + \dots\dots\dots
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{l}
 \text{Fuori} \\
 \text{BASE}
 \end{array}
 \right.$$

$$\begin{aligned}
 z - 3x_1 - 5x_2 &= 0 \\
 \cancel{x_1} + x_3 &= 4 \\
 2x_2 + x_4 &= 12 \\
 \cancel{3x_1} + 2x_2 + x_5 &= 18
 \end{aligned}$$

SIMPLESSO TABELLARE (TABLEAU)

IN BASE	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	TERMINI NOTI

IN BASE	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	TERMINI NOTI
z	1	-3	-5	0	0	0	0
x_3	0	1	0	1	0	0	4
x_4	0	0	2	0	1	0	12
x_5	0	3	2	0	0	1	18

Le variabili in base formano la matrice identità

x_2 candidato a entrare in base

IN BASE	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	TERMINI NOTI
z	1	-3	-5	0	0	0	0
x_3	0	1	0	1	0	0	4
x_4	0	0	2	0	1	0	12
x_5	0	3	2	0	0	1	18

$R_2 \leftarrow \frac{1}{2} R_2$
 $\frac{12}{2} = 6$
 x_4 lascia la base

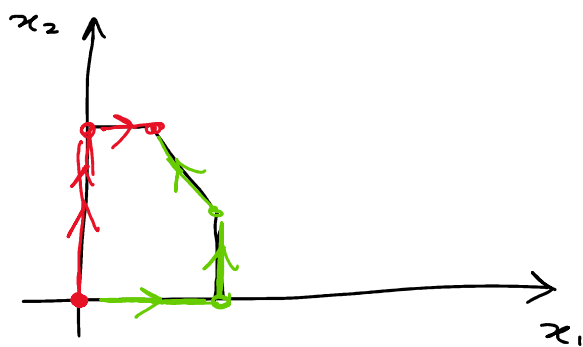
$\frac{18}{2} = 9$

IN BASE	$\geq$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	TERMINI NOTI	
$\geq$	1	-3	-5	0	0	0	0	<u>$R_0 := R_0 + 5R_2$</u>
	0	1	0	1	0	0	4	
	0	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	6	
	0	3	2	0	0	1	18	<u>$R_3 := R_3 - 2R_1$</u>

IN BASE	$\geq$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	TERMINI NOTI	
$\geq$	1	-3	0	0	$\frac{5}{2}$	0	30	
x_3	0	1	0	1	0	0	4	$\frac{4}{1} = 4$
x_2	0	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	6	
x_5	0	3	0	0	-1	1	6	$\frac{6}{3} = 2 \quad R_3 \leftarrow \frac{1}{3}R_3$

IN BASE	$\geq$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	TERMINI NOTI	
	1	-3	0	0	$\frac{5}{2}$	0	30	<u>$R_0 := R_0 + 3R_3$</u>
	0	1	0	1	0	0	4	<u>$R_1 := R_1 - R_3$</u>
	0	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	6	
	0	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	2	

IN BASE	$\geq$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	TERMINI NOTI	
$\geq$	1	0	0	0	$\frac{3}{2}$	1	36	
x_3	0	0	0	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	2	
x_2	0	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	6	
x_1	0	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	2	

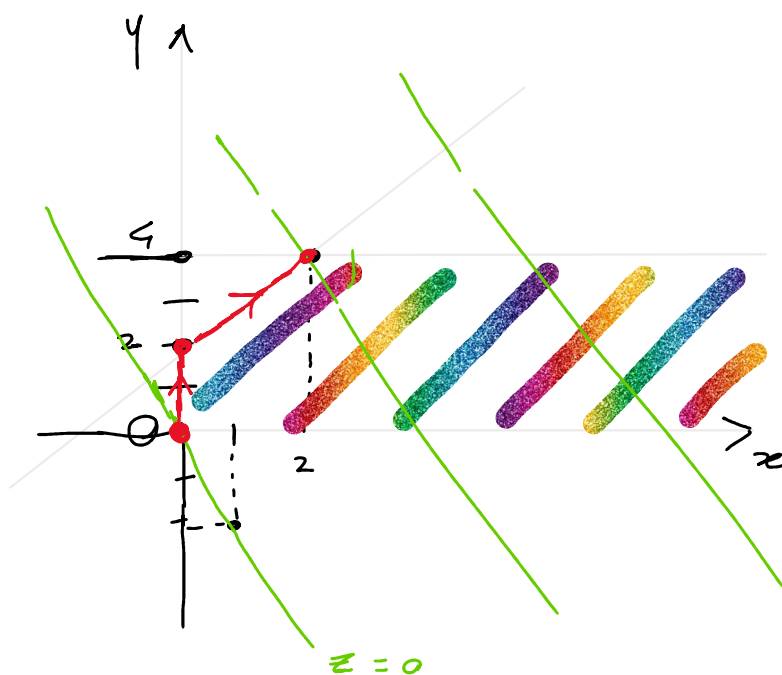


$$\max \quad Z = 2x_1 + x_2$$

$$\text{s.t.} \quad -x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$



$$x_2 = -2x_1 + Z$$

$$Z = 0$$

$$x_2 = -2x_1$$

TRONCONE

$$Z - 2x_1 - x_2 = 0$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 = 2$$

$$x_2 + x_4 = 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

IN BASE	θ	x_1	x_2	x_3	x_4	TERMINI NOTI	
θ	1	-2	-1	0	0	0	$R_0 \leftarrow R_0 + R_1$
x_3	0	-1	1	1	0	2	$\frac{2}{1} = 2$
x_4	0	0	1	0	1	4	$\frac{4}{1} = 4$ $R_2 \leftarrow R_2 - R_1$

IN BASE	θ	x_1	x_2	x_3	x_4	TERMINI NOTI	
θ	1	-3	0	1	0	2	$R_0 := R_0 + 3R_2$
x_2	0	-1	1	1	0	2	$R_1 := R_1 + R_2$
x_4	0	1	0	-1	1	2	$\frac{2}{1}$

$$\text{In } R_1: -\theta + x_2 = 2$$

$$\text{In } R_2: \theta + x_4 = 2$$

Sempre in R_1 : $x_2 = 2 + \theta \geq 0$ non è rilevante sulla scelta di θ

$$\text{In } R_2: x_4 = 2 - \theta \geq 0 \quad \theta \leq 2 \text{ è rilevante}$$

Quindi lungo la colonna della variabile candidata a entrare in base, non solo i coefficienti nulli sono irrilevanti, ma anche quelli negativi.

IN BASE	$\bar{z}$	x_1	x_2	x_3	x_4	TERMINI NOTI	
$\bar{z}$	1	-3	0	1	0	2	$R_0 := R_0 + 3R_2$
x_2	0	-1	1	1	0	2	$R_1 := R_1 + R_2$
x_4	0	1	0	-1	1	2	$\frac{2}{1}$

IN BASE	$\bar{z}$	x_1	x_2	x_3	x_4	TERMINI NOTI	
$\bar{z}$	1	0	0	-3	3	8	
x_2	0	0	1	0	1	4	
x_1	0	1	0	-1	1	2	

$$\bar{z} - 3x_3 + x_4 = 8$$

$$\bar{z} = \underbrace{8}_{\text{valore attuale}} + \underbrace{3x_3 - x_4}_{\text{fuori base}}$$

Scegliamo di fare entrare in base x_3 a un valore $\theta \geq 0$
 In R_1 : $x_2 + 0 \cdot \theta = 4$ $x_2 = 4 \geq 0$ irrilevante

$$\text{In } R_2 \quad x_1 - \theta = 2 \quad x_1 = 2 + \theta \geq 0$$

θ grande a piacere

STOP: allo criterio di terminazione; ovvero tutti i coefficienti della colonna associata alla variabile candidata a entrare in base sono non positivi. In tal caso il problema è illimitato e la f.o. può essere grande a piacere.

REGOLA DEL MINIMO RAPPORTO

Sia y_{ij} il coefficiente del sistema alla riga i e colonna j . La regola del minimo rapporto afferma

Sea y_{ij} il coefficiente del sistema alla riga i e colonna j . La regola del minimo rapporto afferma che entra in base la variabile x_j a un valore θ a patto che esista

$$\theta = \min_{\substack{i \in \{1, \dots, m\}: \\ y_{ij} > 0}} \frac{b_i}{y_{ij}},$$

altrimenti la f.o. è illimitata.

COMPITO:

$$\begin{aligned} \max \quad Z &= 3x_1 + 6x_2 \\ \text{s.t.:} \quad & x_1 + 4x_2 \leq 36 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 22 \\ & x_2 \leq 8 \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{aligned}$$