

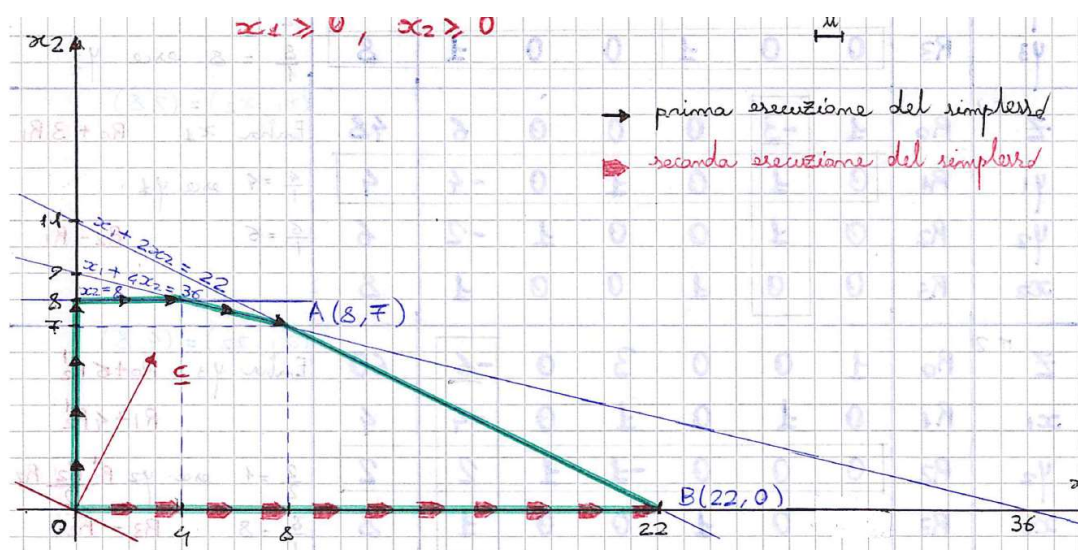
$$\max \quad Z = 3x_1 + 6x_2$$

$$\rightarrow \text{f.}: \quad x_1 + 4x_2 \leq 36$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 22$$

$$x_2 \leq 8$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$



punti di base segmento sono soluzioni ammissibili.

$$Z = 3x_1 + 6x_2 = 0$$

$$x_1 + 4x_2 + y_1 = 36$$

$$x_1 + 2x_2 + y_2 = 22$$

$$x_2 + y_3 = 8$$

		x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	
Z	R_0	1	-3	0	0	0	48

Questa riga equivale all'equazione

$$Z - 3x_1 + 6y_3 = 48$$

$$Z = 48 + 3x_1 - 6y_3$$

valore
attuale

valore "potenziale"

x_1 e y_3 sono a 0
in quanto fuori base
Se entra x_1 , la f.o. aumenta
(conviene)

Se entra y_3 la f.o. diminuisce (non conviene)

		z	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	
z	R_0	1	0	0	3	0	-6	60
x_1	R_1	0	1	0	1	0	-4	4
y_2	R_2	0	0	0	-1	1	2	2
x_2	R_3	0	0	1	0	0	1	8

Entra in base y_3
a un valore $\theta \geq 0$
da determinare

1^a eq: $x_1 + \cancel{y_1} - 4y_3 = 4$ fuori base

$$x_1 - 4\theta = 4$$

$$x_1 = 4 + 4\theta \geq 0$$

2^a eq: $\cancel{-y_1} + y_2 + 2y_3 = 2$

$$0 + y_2 + 2\theta = 2$$

$$y_2 = 2 - 2\theta \geq 0$$

3^a eq: $x_2 + y_3 = 8$

$$x_2 + \theta = 8$$

$$x_2 = 8 - \theta \geq 0$$

$$x_1 = 4 + 4\theta \geq 0$$

$$y_2 = 2 - 2\theta \geq 0$$

$$2\theta \leq 2$$

$$\theta \leq \frac{2}{2}$$

$$x_2 = 8 - \theta \geq 0$$

$$\theta \leq 8$$

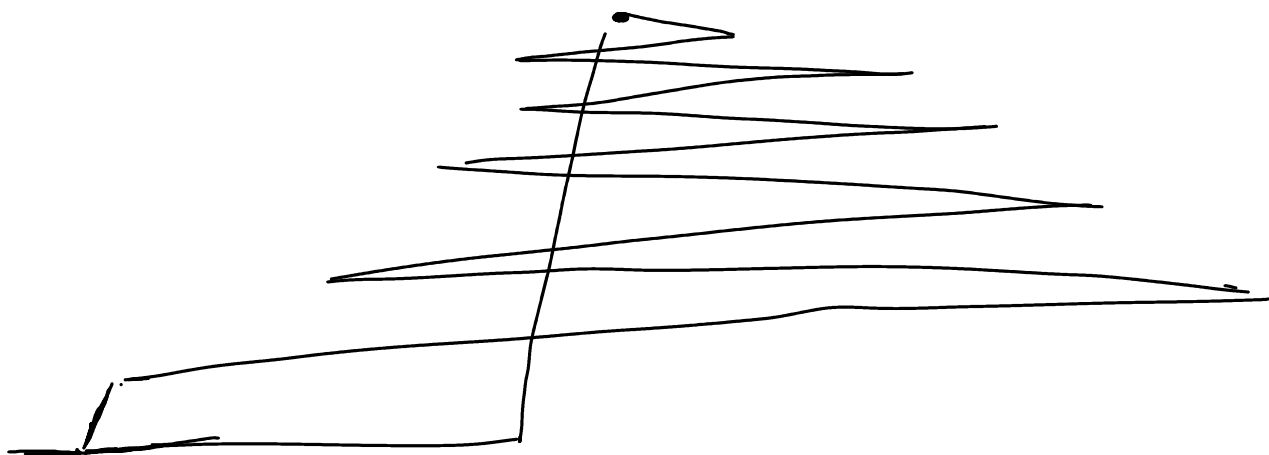
$$\theta \leq \frac{8}{1}$$

Prima: z x_1 x_2 y_1 y_2 y_3

Z	R_0	1	-3	0	0	0	6	48
y_1	R_1	0	1	0	1	0	-4	4
y_2	R_2	0	1	0	0	1	-2	6
x_3	R_3	0	0	1	0	0	1	8

$$\cancel{0} \cdot \theta + x_2 + \cancel{4} \cdot 3 = 8$$

$$x_2 = 8$$



$$A(8, 7)$$

$$B(22, 0)$$

eq. segmento AB:

$$x_1 = (1 - \alpha) 8 + \alpha 22$$

$$\alpha \in [0, 1]$$

$$x_2 = (1 - \alpha) 7 + \alpha \cdot \cancel{0}$$

$$Z = 3x_1 + 6x_2 =$$

$$= 3[(1 - \alpha) 8 + 22\alpha] + 6 \cdot (1 - \alpha) \cdot 7 =$$

$$= 24(1 - \alpha) + 66\alpha + 42(1 - \alpha) =$$

$$= 66(1 - \alpha) + 66\alpha = 66$$

$$\begin{aligned}
 \max z &= 3x_1 + 6x_2 \\
 \text{s. t.: } x_1 + 4x_2 &\leq 36 \\
 x_1 + 2x_2 &\leq 22 \\
 x_2 &\leq 8 \\
 x_1 \geq 0, x_2 &\geq 0.
 \end{aligned}$$

$$x_1 + x_2 \geq 4$$

$$\max \quad Z = 3x_1 + 6x_2$$

$$\begin{aligned}
 \text{s.t.:} \quad x_1 + 4x_2 + y_1 &= 36 \\
 x_1 + 2x_2 + y_2 &= 22 \\
 x_2 + y_3 &= 8 \\
 x_1 + x_2 - s &= 4
 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, y_1, y_2, y_3, s \geq 0$$

FASE 1 / FASE 2: usiamo l'algoritmo del simplesso due volte: la prima (fase 1) per trovare una soluzione di base ammissibile e la seconda (fase 2) per risolvere il problema partendo proprio da quella sol. trovata.

Osserviamo che se nell'ultima equazione comparisse una variabile ^{artificiale} y_4 , avremmo la matrice identità e dunque una soluzione di base di partenza.

$$\begin{aligned}
 \text{s.t.:} \quad x_1 + 4x_2 + y_1 &= 36 \\
 x_1 + 2x_2 + y_2 &= 22 \\
 x_2 + y_3 &= 8 \\
 x_1 + x_2 + y_4 - s &= 4
 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0$$

Con questa introduzione non posso tenere la stessa f.o. altrimenti non avrei un modello equivalente.

Alla fine dei conti, non vogliamo avere a che fare con le variabili artificiali (servono solo per partire) e dunque, nella fase I, minimizzo la loro somma.

min

s.t.:

$$x_1 + 4x_2 + y_1 = 36$$

$$x_1 + 2x_2 + y_2 = 22$$

$$x_2 + y_3 = 8$$

$$x_1 + x_2 + y_4 = 4$$

$$x_1, x_2, y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0$$

Poiché $y_4 \geq 0$, il suo valore minimo è 0

Quindi nella fase I minimizzeremo y_4 per farla andare a 0 e quindi sbarazzarcene. Il risultato sarà una soluzione ottima per la fase I e di base e ammissibile (e non necessariamente ottima) per la fase II.

$$\max \quad Z = -y_4 \rightarrow Z + y_4 = 0$$

non è a 0

IN BASE	z	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	y_4	s	T.N.	
	1	0	0	0	0	0	1	0	0	$R_0 := R_0 - R_4$
	0	1	4	1	0	0	0	0	36	
	0	1	2	0	1	0	0	0	22	
	0	0	1	0	0	1	0	0	8	
	0	1	1	0	0	0	1	-1	4	
z	1	-1	-1	0	0	0	0	1	-4	$R_0 := R_0 + R_4$
$-y_1$	0	1	4	1	0	0	0	0	36	$R_1 := R_1 - R_4$ $\frac{36}{1} = 36$
y_2	0	1	2	0	1	0	0	0	22	$R_2 := R_2 - R_4$ $\frac{22}{1} = 22$
y_3	0	0	1	0	0	1	0	0	8	
y_4	0	1	1	0	0	0	1	-1	4	$\frac{4}{1} = 4$
z	1	0	0	0	0	0	1	0	0	
y_1	0	0	3	1	0	0	-1	1	32	
y_2	0	0	1	0	1	0	-1	1	18	
y_3	0	0	1	0	0	1	0	0	8	
x_1	0	1	1	0	0	0	1	-1	4	

La soluzione trovata è ottima per la fase I.
 y_4 è fuori base e giustamente la P.O. vale 0.
 Ci siamo quindi sbarazzati della variabile artificiale y_4
 e la soluzione trovata è ammissibile per la fase II,
 che ne costituisce, pertanto, il punto di partenza.