	z	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	y_4	s	
z	1	0	0	0	0	0	1	0	0
y_1	0	0	3	1	0	0	-1	1	32
y_2	0	0	1	0	1	0	-1	1	18
y_3	0	0	1	0	0	1	0	0	8
x_1	0	1	1	0	0	0	1	-1	4

A questo punto possiamo ripristinare la F.O. originale:

	z	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	s	TN	
	1	-3	-6	0	0	0	0	0	$R_0 := R_0 + 3R_4$
	0	0	3	1	0	0	1	32	
	0	0	1	0	1	0	1	18	
	0	0	1	0	0	1	0	8	
	0	1	1	0	0	0	-1	4	
z	1	0	-3	0	0	0	-3	12	$R_0 := R_0 + 3R_2$
y_1	0	0	3	1	0	0	1	32	$R_1 := R_1 - R_2$; $\frac{32}{1} = 32$
y_2	0	0	1	0	1	0	1	18	$\frac{18}{1} = 18$
y_3	0	0	1	0	0	1	0	8	
x_1	0	1	1	0	0	0	-1	4	$R_4 := R_4 + R_2$
z	1	0	0	0	3	0	0	66	
y_1	0	0	2	1	-1	0	0	14	

y_1	0	0	2	1	-1	0	0	14
s	0	0	1	0	1	0	1	18
y_3	0	0	1	0	0	1	0	8
x_1	0	1	2	0	1	0	0	22

$$\max \quad \ldots\ldots$$

$$\text{s.t.} \quad \ldots\ldots = b_1$$

$$\ldots\ldots \geq b_2$$

min $\quad y_1 + y_2$ per la fase 1 del simplesso a due fasi

$$\max \quad \ldots\ldots - My_1 - My_2$$

(se si usa il big-M)

$$\ldots\ldots + y_1 = b_1$$

$$\ldots\ldots - s + y_2 = b_2$$

Esercizio 1: the fixed charge problem

Gandhi Cloth Company is capable of manufacturing three types of clothing: shirts, shorts, and pants. The manufacture of each type of clothing requires that Gandhi have the appropriate type of machinery available. The machinery needed to manufacture each type of clothing must be rented at the following rates: shirt machinery, \$200 per week; shorts machinery, \$150 per week; pants machinery, \$100 per week. The manufacture of each type of clothing also requires the amounts of cloth and labor shown in the table. Each week 150 hours of labor and 160 sq yd of cloth are available. The variable unit cost and selling price for each type of clothing are shown in the table. Formulate an IP whose solution will maximize Gandhi's weekly profits.

Clothing	Labor (hours)	Cloth (square yards)	Sales price	Variable cost
Shirt	3	4	\$ 12	\$ 6
Shorts	2	3	\$ 8	\$ 4
Pants	6	4	\$ 15	\$ 8

$$I = \{1, \; 2, \; 3\}$$

$I = \{1, 2, 3\}$

magliette, pantaloncini, pantaloni

x_i : numero di prodotti di tipo $i \in I$

$(x_i \in \mathbb{Z}^+)$

$$\max \quad 6x_1 + 4x_2 + 7x_3 - 200y_1 - 150y_2 - 100y_3$$

s.t.:

$$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 150 \quad \text{manodopera}$$

$$4x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 160 \quad \text{disponibilità di tessuto}$$

$$x_1 \leq M y_1$$

$$x_2 \leq M y_2 \qquad (\text{oppure } x_i \leq M y_i \quad \forall\, i \in I)$$

$$x_3 \leq M y_3$$

$$x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}^+$$

Definiamo anche:

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{se produco del prodotto } i \in I \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases},$$

ovvero:

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \qquad \forall\, i \in I$$

1) se $x_i > 0$ allora $y_i = 1$

2) se $x_i = 0$, allora $y_i = 0$

$\xrightarrow{}$ implicazione

1) $x_i > 0 \longrightarrow y_i = 1$

2) $x_i = 0 \longrightarrow y_i = 0$

1) Sia M un upper bound (maggiorante) di x_i.

Possiamo esprimere la 1) nel seguente modo:

$$x_i \leqslant M y_i$$

Nel caso delle magliette:

$$x_1 \leqslant M y_1$$

Ad es., se producessimo solo magliette, dal vincolo di manodopera avremmo

$$x_1 \leqslant \frac{150}{3}$$

e da quello sul tessuto

$$x_1 \leqslant \frac{160}{4}$$

Possiamo, ad. es., scegliere $M = \min\left\{\frac{150}{3}, \frac{160}{4}\right\} =$

$$= \min\{50, 40\} = 40$$

$$x_1 \leqslant M y_1$$

Supponiamo che sia $x_1 > 0$, ovvero $x_1 = \theta$ per qualche θ positivo.

$$\theta \leqslant M y_1$$

$\theta \leq M y_1$

Poiché M è positivo, possiamo riscrivere:

$y_1 \geq \frac{\theta}{M}$ ma poiché y_1 può assumere o valore 0 o valore 1, questo necessariamente comporta $y_1 = 1$.

Attenzione perché la scrittura $x_i \leq M y_i$ copre solo l'implicazione 1) ma non la 2).

Infatti, se $x_i = 0$, abbiamo:

$$x_i \leq M y_i$$

$$0 \leq M y_i$$

$$\frac{0}{M} \leq \frac{M}{M} y_i$$

$y_i \geq 0$ questo non garantisce $y_i = 0$.

Tuttavia, per il problema in esame, è sufficiente l'implicazione 1).

Infatti se, ad es., fosse $x_1 = 0$ e $y_1 = 1$, pagheremmo 150 $ in più in F. O., ma una tale soluzione non sarebbe ottima.

PROBLEMI DI FIXED CHARGE